

ОЛИМПИАДА «Я – БАКАЛАВР»  
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5–11 КЛАССОВ  
2025/2026 учебный год

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП

МАТЕМАТИКА

КЛАСС 7

Вариант 2

Задание 1 (15 баллов)

Покажите, что число  $2024^{2026^{2025}} + 2026^{2025^{2024}}$  не является квадратом натурального числа.

Решение:

Число  $2024^{2026^{2025}}$  оканчивается на ту же цифру, что и число  $4^{2026^{2025}}$ .

Так как  $2026^{2025}$  является четным, а  $4^{2k}$  оканчивается на 6 при любом натуральном  $k$ , то  $2024^{2026^{2025}}$  оканчивается на 6.

Число  $2026^{2025^{2024}}$  очевидно, оканчивается на цифру 6.

Последняя цифра суммы равна 2. Не существует натурального числа, квадрат которого оканчивается на цифру 2. Поэтому данное число не является квадратом натурального числа.

**Ответ:** данное число не является квадратом натурального числа.

Задание 2 (30 баллов)

Найдите сумму чисел  $\underbrace{5 \dots 5}_n$  и  $\underbrace{(3 \dots 3)^2}_n$

Решение:

Пусть  $A = \underbrace{1 \dots 1}_n$ , тогда

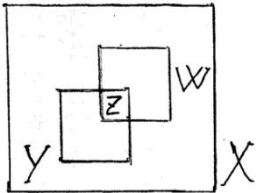
$$\underbrace{(3 \dots 3)^2}_n + \underbrace{5 \dots 5}_n = \left(3 \cdot \underbrace{1 \dots 1}_n\right)^2 + 5 \cdot \underbrace{1 \dots 1}_n = 9A^2 + 5A = A(9A + 5) =$$

$$A(9A + 1 + 4) = A \left(1 \underbrace{0 \dots 0}_n + 4\right) = \underbrace{1 \dots 1}_n \underbrace{0 \dots 0}_n + \underbrace{4 \dots 4}_n = \underbrace{1 \dots 1}_n \underbrace{4 \dots 4}_n$$

**Ответ:**  $\underbrace{1 \dots 1}_n \underbrace{4 \dots 4}_n$

### Задание 3 (15 баллов)

Среди жителей г. Ростова-на-Дону есть страстные любители мороженого и фанаты футбола. Есть и такие, которые любят и футбол и мороженое. Известно, что доля любителей мороженого среди футбольных фанатов больше, чем доля любителей мороженого среди всех жителей города. Сравните долю футбольных фанатов среди любителей мороженого и долю фанатов среди всего населения города.



**Решение:**

Обозначим  $W$ -число фанатов,  $Y$ - число любителей мороженого.  $Z$  –число любителей и футбола и мороженого,  $X$  - число всех горожан. Тогда

$\frac{Z}{W}$  –доля любителей мороженого среди фанатов

$\frac{W}{Y}$  –доля фанатов среди любителей мороженого

$\frac{W}{X}$  –доля фанатов среди всех жителей города

$\frac{Y}{X}$  –доля любителей мороженого ко всем горожанам.

Надо сравнить дроби  $\frac{Z}{Y}$  и  $\frac{W}{X}$

По условию  $\frac{Z}{W} > \frac{Y}{X}$ , откуда  $ZX > WY \rightarrow \frac{Z}{Y} > \frac{W}{X}$

**Ответ:** доля фанатов среди любителей мороженого больше, чем доля фанатов среди всех горожан.

### Задание 4 (15 баллов)

В прямоугольнике  $ABCD$  проведен отрезок  $KL$  параллельно стороне  $AD$   $K \in AB$ ;  $L \in DC$ . Площади получившихся прямоугольников отличаются в 2 раза. Найдите длины отрезков  $DL$  и  $LC$ , если  $AD$  в два раза больше  $DC$  и при этом  $AD = 12$ .

**Решение**

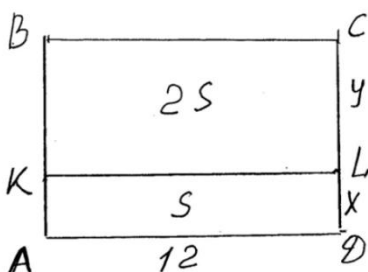
**1 случай:**

Обозначим  $DL = x$ ,  $CL = y$ ,  $CD = x + y$ ,

По условию,  $AD = 2CD$ , откуда  $2(x + y) = 12$

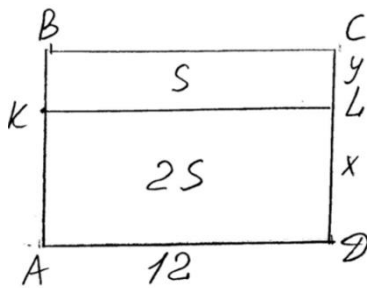
$S_{AKLD} = 12x$ ,  $2S = 12y$ , откуда  $\frac{2s}{s} = \frac{y}{x}$ .

Получим систему  $\begin{cases} 2(x + y) = 12 \\ \frac{2s}{s} = \frac{y}{x} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 6 \\ y = 2x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$



**Ответ:**  $LD = 2$ ,  $CL = 4$

**2 случай:**



Обозначим  $DL = x, CL = y, CD = x + y,$

По условию,  $AD = 2CD,$  откуда  $2(x + y) = 12$

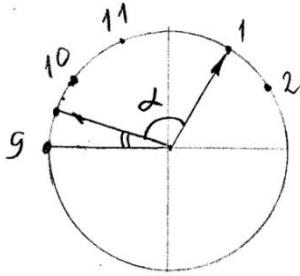
$S_{KBCL} = 12y, 2S = 12x,$  откуда  $\frac{2s}{s} = \frac{x}{y}.$

Получим систему  $\begin{cases} 2(x + y) = 12 \\ \frac{2s}{s} = \frac{x}{y} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 6 \\ x = 2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$

**Ответ:**  $LD = 4, CL = 2$

**Задание 5 (25 баллов)**

Часы со стрелками показывают время 9 часов 05 минут. Какой угол образуют в этот момент часовая и минутная стрелки? В ответе укажите меньший из двух.



**Решение:**

В 9 часов 00 минут угол между часовой и минутной стрелкой был  $90^\circ.$

Обозначим  $\alpha$  – искомый угол.

Часовая стрелка поворачивается на  $30^\circ$  за 60 минут, поэтому за 5 минут на повернется на  $5 \cdot \frac{1}{2} = 2,5^\circ.$  Минутная стрелка за 5 минут повернется на  $30^\circ.$  Поэтому в 9 часов 05 минут угол между стрелками составит

$$\alpha = 90^\circ - 2,5^\circ + 30^\circ = 117,5^\circ.$$

**Ответ:**  $117,5^\circ.$