1 / 2 / 3 / 4 / 5
20 / 0 / 0 / 25 / 10

Заключительный этап Олимпиады «Я – бакалавр»
для обучающихся 5-11 классов 2022/2023 уч. год

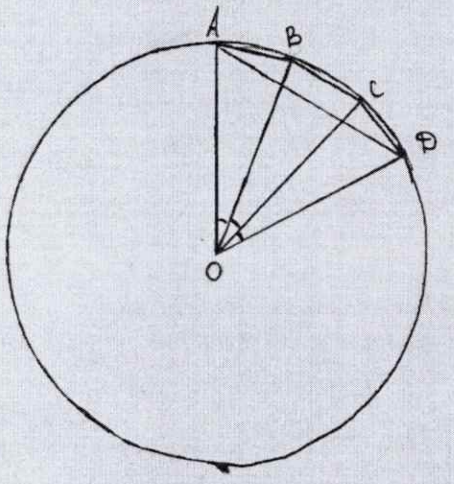
Σ55

МАТЕМАТИКА
предмет

ШИФР 55-8-М-2

№ 1.

20б



Дано: O-центр окружности, R-радиус, $\angle AOB = 20°$;

Доказать: $AB > \frac{1}{3}R$

Доказательство: ~~$\triangle AOB$ - равносторонний, т.к~~ $\triangle AOB$ - равнобедренный, т.к. его стороны будут являться радиусом окружности. Отметим на окружности точку C, которая будет образовывать $\angle BOC = 20°$ и точку D, которая будет образовывать $\angle COD = 20°$.

$\angle AOD = \angle AOB + \angle BOC + \angle COD = 20° + 20° + 20° = 60°$. $AO = OD = R \Rightarrow \triangle AOD$ - равнобедренный $\Rightarrow$ $\angle OAD = \angle ODA$ ~~$= (180° - 60°) : 2 = 180°$~~; $\angle OAD = \angle ODA = (180° - \angle AOD) : 2 = (180° - 60°) : 2 = 60°$. Т.к. все углы $\triangle AOD$ равны $\Rightarrow \triangle AOD$ - равносторонний $\Rightarrow AD = AO = OD = R$;

$\triangle AOB = \triangle BOC$, т.к.:

1) $\angle AOB = \angle BOC = 20°$;

2) BO - общая сторона;

3) $AO = OC = R$;

$\triangle AOB = \triangle BOC$ по II признаку.

$\triangle BOC = \triangle COD$, т.к.

1) $\angle BOC = \angle COD = 20°$;

2) CO - общая сторона

3) $BO = OC = R$,

$\triangle BOC = \triangle COD$ по II признаку.

$\triangle AOB = \triangle BOC = \triangle COD \Rightarrow AB = BC = CD$. У нас образовалась трапеция ABCD с основанием AD;

$AB + BC + CD > AD$, т.к. ~~сумма сторон трапеции~~ длина одной стороны трапеции ~~в сумме~~ всегда будет меньше суммы трёх других сторон. Т.к. $AB = BC = CD \Rightarrow 3AB > R \mid :3$

$AB > \frac{1}{3}R$.

№3

$f(x) = x^2 - 5x + 2023$

Решим уравнение

МАТЕМАТИКА ШИФР 55-8-М-2
предмет

$x^2-5x+2023=0$ 0б

Решение

$D=b^2-4ac=(-5)^2-4\cdot1\cdot2023=25-8092=-8067$; $-8067<0$ => уравнение не имеет решений

Ответ: уравнение не имеет решений.

№4. 25б

На доске написано 2023 числа. Все числа можно разбить на пары, сумма которых будет равна 2024 ($1+2023=2024$; $2+2022=2024$, $3+2021=2024$ и т.д.). Кол-во пар будет равно ~~2023:2=~~ $2023:2=1011$ (ост. 1), т.е. у нас останется число без пары. Это число будет находиться посередине, т.к. в ~~каждой~~ первая пара чисел - это первое и последнее число, а ~~все пар~~ во всех последующих парах к наименьшему числу будет прибавляться ~~один, о~~ единица, а из наибольшего числа будет вычитаться единица. Т.к. всего у нас 1011 пар => первые числа в парах - это 1-1011, а вторые числа в парах - это 1013-2023. У нас осталось число 1012. У него нет пары, т.к. $2024-1012=1012$. У нас есть 1011 пар ~~по 20~~ чисел, сумма которых 2024 и число 1012. Всего 2023 числа =>

$\frac{2024\cdot1011+1012}{2023}=\frac{2046264+1012}{2023}=\frac{2047276}{2023}=1012$; Т.к. у числа 1012 нет пары, то убрав его кол-во пар не изменится, но у нас будет 2022 числа ($2023-1=2022$) =>

$\frac{\cancel{2024}^{1012}\cdot\cancel{1011}^{1}}{\cancel{2022}_{2}\cdot1}=1012$; Убрав 1012 среднее арифметическое не изменилось, ~~то~~ оно равно стёртому числу ($1012=1012$) => стёрли число 1012.

Ответ: стёрли число 1012.

№~~9~~5

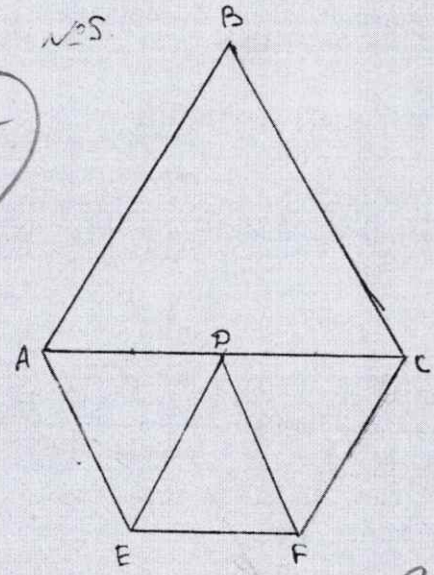
Заключительный этап Олимпиады «Я – бакалавр»
для обучающихся 5-11 классов 2022/2023 уч. год

МАТЕМАТИКА
предмет

ШИФР 55-8-М-2

№5.

10б



1) ~~ADC DC=D~~EF

1) $AD:DC = 2:1$, т.к. $\angle EDF = 60^\circ$

$\angle ADE = \angle CDF = 60^\circ$, т.к. $\triangle AED$ и $\triangle CFD$ – равносторонние

~~$\angle EDF = 180^\circ$~~ $(\angle EDF = 180^\circ - (\angle ADE + \angle CDF) =$

$= 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ)$;

$\angle EDF = 60^\circ$; $\angle DFE = 90^\circ$ т.к. $\triangle DEF$ – прямоуг.,

$\Rightarrow \angle DEF = 30^\circ \; (180^\circ - (\angle EDF + \angle DFE) = 180^\circ - (60^\circ + 90^\circ) = 30^\circ)$

Т.к. $\angle DEF = 30^\circ$, а $\triangle DEF$ – прямоуг. $\Rightarrow DF = \frac{1}{2} DE \Rightarrow$

$DE = 2DF \Rightarrow DE:DF = 2:1 \Rightarrow AD:DC = 2:1$

2) $AD:DC = 1:1$, т.к. $\frac{S_{ABC}}{S_{DEF}} = \cancel{\left(\frac{2}{1}\right)^2} k^2$, Т.к. $\Rightarrow \triangle AED = \triangle DFC$

$AD:DC = 1:1 \Rightarrow AD = DC$, $\Rightarrow AC = AD + DC \Rightarrow$

$AD = \frac{1}{2} AC \Rightarrow AC = 2AD \Rightarrow AC:AD = 2:1$, ~~$\triangle AED = \triangle DEF$~~ $\frac{AC}{AD} = k$, $\frac{S_{ABC}}{S_{AED}} = k^2 \Rightarrow$

$\frac{S_{ABC}}{S_{AED}} = \left(\frac{2}{1}\right)^2 = \frac{4}{1} = 4$; $\triangle AED = \triangle DEF$, т.к.

1) DE – общая;

2) DF – общая,

3) $\angle EDF = \angle AED = 60^\circ$

$\triangle AED = \triangle DEF$ по II признаку;

Т.к. $\triangle AED = \triangle DEF \Rightarrow \frac{S_{AED}}{S_{DEF}} = \left(\frac{1}{1}\right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{DEF}} = \left(\frac{2}{1}\right)^2 = \frac{4}{1} = 4$

Ответ. 1) $AD:DC = 2:1$; 2) $AD:DC = 1:1$