

1	2	3	4	5
20	15	25	10	20

Σ 90

МАТЕМАТИКА

предмет

ШИФР 61-07-М-01

№1. 
$$\begin{array}{r} + abac \\ cab a \\ \hline daad \end{array}$$

~~daad~~ daad : 7.

20

Решение: daad : 7. Воспользуемся грес. записью числа daad:

$$1000d + 100a + 10a + d = 1001d + 110a : 7.$$

Заметим, что  $1001d : 7$ , т.к.  $1001 : 7$ . Тогда чтобы

$1001d + 110a$  делилось на 7, нужно чтобы  $110a : 7$ . Т.к.

7 - простое, то или  $110 : 7$  или  $a : 7$ . Т.к.  $110 \% 7 = 6 \Rightarrow a : 7$ .

Цифры, которые : 7 всего 2: 0 и 7.  $\Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=7 \end{cases}$   $a=0$  нам

не подходит, т.к. по условию у нас есть число abac, которое начинается с a, но число не может начинаться с нуля.  $\Rightarrow a=7$ .

$$\begin{array}{r} + 7b7c \\ c7b7 \\ \hline d77d \end{array}$$

$$\overline{7b7c} + \overline{c7b7} = \overline{d77d}$$

$$7 \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + c + c \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + b \cdot 10 + 7 = d \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + d$$

$$7777 + 110b + 1001c = 1001d + 770$$

$$\underbrace{7777}_{:7} + 110b + \underbrace{1001c}_{:7} : 7 \Leftrightarrow \underbrace{7777 + 1001c}_{:7} + 110b : 7$$

$\forall 110b : 7$ . 7 - простое  $\Rightarrow \begin{cases} 110 : 7 \\ b : 7 \end{cases}$  невозможно  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow b : 7 \Rightarrow \begin{cases} b=0 \\ b=7 \end{cases}$$

$b=7$ , заменим цифрой a.  $\Rightarrow b=0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 280a + 100b + 64 = 280 \cdot 7 + 100 \cdot 0 + 64 = 2024.$$

Ответ: 2024.

№2. Решение: Попробуемся найти такое  $n$ . Заметим, (15)

что если число  $\underbrace{202420242024 \dots 2024}_{n \text{ раз}}$  : 1656, то оно

делится на 1656 и на все ~~на~~ делители 1656 =  $2^3 \cdot 3^2 \cdot 23$ .

Таким образом  $\underbrace{2024 \dots 2024}_{n \text{ раз}} : 2^3$ ,  $\underbrace{2024 \dots 2024}_{n \text{ раз}} : 3^2$ ,

$\underbrace{2024 \dots 2024}_{n \text{ раз}} : 23$ . Заметим, что  $\underbrace{2024 \dots 2024}_{n \text{ раз}} : 2024 \Rightarrow \underbrace{2024 \dots 2024}_{n \text{ раз}} : 23$   
 $\underbrace{2024 \dots 2024}_{n \text{ раз}} : 2^3$

Т.к.  $2024 : 23$  и  $2024 : 2$ . Осталось найти такое  $n$ ,  
 чтобы  $\underbrace{2024 \dots 2024}_{n \text{ раз}} : 3^2 = 9$ . Число : 9 тогда, когда

сумма его цифр : 9. Сумма цифр ~~написанного~~ числа равна

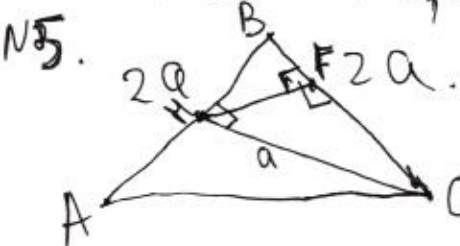
$(2+0+2+4)n = 8n : 9$ . Т.к. 8 взаимно просто с 9, то  $\Rightarrow$

$\Rightarrow n : 9$ . Наименьшее такое натуральное  $n$  - это  $n=9$ .

Отсюда  $n=9$ .  $\underbrace{2024 \dots 2024}_{9 \text{ раз}} : 2^3$ ,  $\underbrace{2024 \dots 2024}_{9 \text{ раз}} : 23$ ,  $\underbrace{2024 \dots 2024}_{9 \text{ раз}} : 3^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \underbrace{2024 \dots 2024}_{9 \text{ раз}} : 2^3 \cdot 3^2 \cdot 23 = 1656$  (т.к.  $2^3, 3^2, 23$  - взаимно простые).

Ответ: можно, при наименьшем  $n=9$ .



Дано:  $AB=BC=2a$ .

$CH=a$  - высота в  $\triangle ABC$ .

$HF$  - высота в  $\triangle CMB$ .

Найти:  $BF$ .

Решение:

В  $\triangle CBH$  - прямоугольный ( $\angle H$  - прямой) и катет  $HC=a$  в 2 раза меньше гипотенузы  $CB=2a \Rightarrow \angle HBC=30^\circ \Rightarrow \angle HCB=90^\circ-30^\circ=60^\circ \Rightarrow$  из  $\triangle HFC$   
 $\angle FHC=90^\circ-60^\circ=30^\circ \Rightarrow$  катет  $FC=\frac{HC}{2}=\frac{a}{2}$ .  $BC=BF+FC$ .

$$2a = \frac{a}{2} + BF \Rightarrow BF = \frac{3a}{2}.$$

Ответ:  $BF = \frac{3a}{2}$ .

(20)



МАТЕМАТИКА

предмет

ШИФР 61-07-Н-01

НЧ. Решение:

(10)

Пусть  $x$  – число загад, которые нужно решить.  
Теперь составим таблицу:

день	число загад	число решенных
1.	$\frac{1}{2}x$	$x - \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}x$
2.	<del><math>\frac{1}{2}x</math></del> $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}x = \frac{1}{4}x$	$\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x = \frac{1}{4}x$
3.	$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}x = \frac{1}{12}x$	$\frac{1}{4}x - \frac{1}{12}x = \frac{1}{6}x$
4.	$\frac{1}{6}x$	$\frac{1}{6}x - \frac{1}{6}x = 0$

В четвертый день:  $\frac{1}{6}x$ ,  
во второй:  $\frac{1}{4}x$

В 4-ый день решено, так  
во 2-ой же  ~~$\frac{1}{4}x - \frac{1}{6}x = \frac{2}{24}x =$~~   
 $= \frac{1}{12}x$ , это

$$\frac{\frac{1}{12}x}{\frac{1}{6}x} \cdot 100\% = 50\%$$

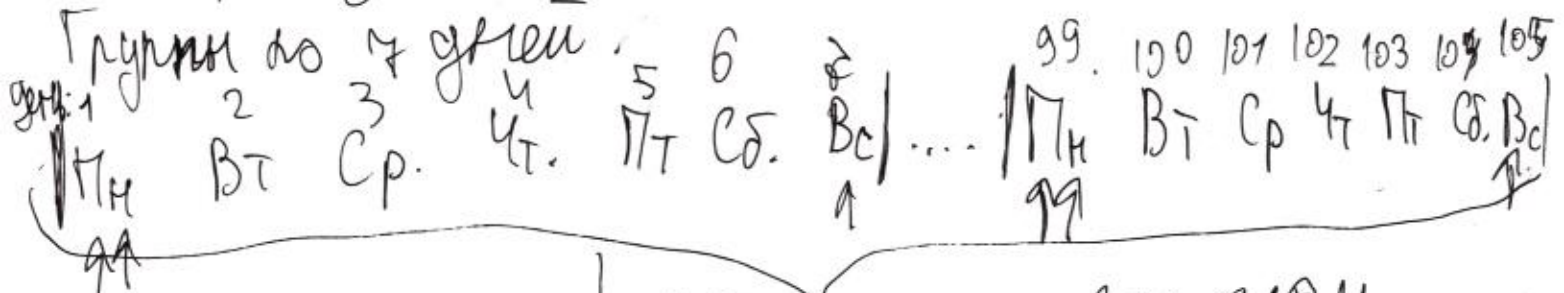
$\underline{IV} < \underline{II}$ ,  $\underline{II} - 100\%$

Ответ: на 50%.

(25)

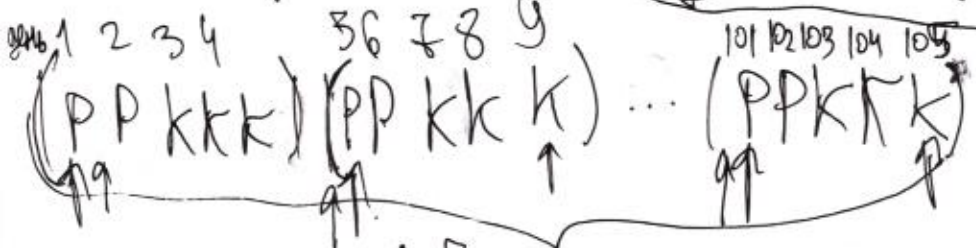
№3. Решение: у нас всего 105 дней: 104 прошедших  
и 1 «сегодня» из условия (вс). Заметим,  
что  $105:7$  и  $105:5$ , следовательно мы можем  
разделить все 105 дней на группы по 7 и по 5  
дней и получить по 15 групп. В каждой группе по 7 дней.  
день недели начала группы и конца группы совпадают.  
Т.к. конец группы – это воскресенье, то начало  
в каждой группе это <sup>Понедельник</sup> понедельник, следовательно 104 дня  
назад была среда <sup>Понедельник</sup> понедельник.

Теперь рассмотрим группы по 5 дней. В каждой из них начало и конец также совпадают (приведем у девочки совпадение). Т.к. в конце у нас была первая коса, то начало - это первый день с распущенными волосами. Следовательно и 104 дней назад тоже были распущенные волосы.



по 5 дней:

$$\frac{105}{7} = 35 \text{ групп парочек и котенка совпадением.}$$



$$\frac{105}{5} = 21 \text{ группа.}$$

Ответ: Понедельник, с распущенными волосами.