

ЗАДАНИЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА
ОЛИМПИАДЫ «Я – БАКАЛАВР»
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-11 КЛАССОВ
2024/2025 учебный год

ПО МАТЕМАТИКЕ

КЛАСС 10

ШИФР _____

Задание 1 (15 баллов)

Два квадрата размером 5×5 разбиты на 25 единичных квадратов, которые случайным образом заполнены одним из чисел 1, 2 или 3. В каждом единичном квадрате – только одно значение. Среднее арифметическое всех вписанных чисел у обоих квадратов совпало.

А) Могло ли такое произойти, если количество «троек» в первом квадрате равно числу «двоек» во втором, а количество «двоек» в первом квадрате равно числу «единиц» во втором? Если «да», то сколько «единиц» в первом квадрате?

Б) Изменится ли ответ для квадратов площадью 2025?

Задание 2 (15 баллов)

Решите неравенство: $\arcsin(4x^2 - 4x + 2) + \frac{\sin 2025^\circ}{x} > 0$

Задание 3 (15 баллов)

В некотором натуральном числе зачеркнули последнюю цифру, и из полученного числа отняли эту цифру, умноженную на 2. Эта операция проделана несколько раз. На очередном шаге получили ноль. Докажите, что исходное число делится на 21 без остатка.

Задание 4 (15 баллов)

На окружности расположены точки 2025 черных и две белых. Рассмотрим всевозможные многоугольники с вершинами в этих точках. Каких среди них будет больше: с вершинами без белых точек или с двумя белыми?

Задание 5 (20 баллов)

Точка D расположена на диаметре MN окружности радиуса R . Точки A и B лежат на окружности в одной полуплоскости относительно MN , а $\angle ADM = \angle BDN = 60^\circ$. Найдите длину отрезка AB .

Задание 6 (20 баллов)

Учитель алгебры и геометрии предлагает ученику улучшить свой рейтинг по этим предметам (рейтинг рассчитывается, как среднее арифметическое всех полученных оценок). Учитель разрешает ученику перенести одну из оценок

из списка «оценки по алгебре» в список «оценки по геометрии» или наоборот. Может ли это привести к увеличению обоих рейтингов?