

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Донской государственный технический университет»

ЗАДАНИЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА  
ОЛИМПИАДЫ «Я – БАКАЛАВР»  
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-11 КЛАССОВ  
2022/2023 учебный год

ПО МАТЕМАТИКЕ

КЛАСС 8

ШИФР 57-8-М-06

**Задание 1.**

Дана окружность с центром в точке  $O$  и радиусом  $R$ . На окружности отметили две точки  $A$  и  $B$  так, что  $\angle AOB = 20^\circ$ . Докажите, что длина отрезка  $AB$  больше чем  $\frac{1}{3}$  радиуса.

**Задание 2.**

Четыре одинаковых насоса, работая вместе, наполнили нефтью первый танкер и треть второго танкера (другого объема) за 11 часов. Если бы три насоса наполнили первый танкер, а затем один из них наполнил бы четверть второго танкера, то работа бы заняла бы 18 часов. За сколько часов три насоса могут наполнить второй танкер?

**Задание 3.**

Пусть  $f(x) = x^2 - 5x + 2023$ . Решите уравнение  $f(3 - x) = f(3x - 1)$

**Задание 4.**

На доске написаны все натуральные числа от 1 до 2023. Случайно стерли одно из чисел. Выяснилось, что среднее арифметическое оставшихся чисел совпадает с удаленным числом. Какое число случайно стерли?

**Задание 5.**

На стороне  $AC$  равностороннего треугольника  $ABC$  отмечена точка  $D$ . На отрезках  $AD$  и  $DC$  во внешнюю сторону от исходного треугольника построены равносторонние треугольники  $ADE$  и  $DCF$ .

- 1) При каком отношении  $AD:DC$  треугольник  $DEF$  будет прямоугольным?
- 2) При каком отношении  $AD:DC$  отношение площадей треугольников  $ABC$  и  $DEF$  будет минимальным?

1	2	3	4	5
0	15	15	25	15

Σ 80

Математика  
предмет

ШИФР 57-8-М-06

Задача 2. 15

$W$  – работа, совершаемая насосом.  $W = Vt$

$n$  – скорость 1-го насоса.  $W = nt$ ;  $F - V$  1-го насоса,  $v$  – второго

Составим систему уравнений по условию задачи.

$$F + \frac{1}{3}v = 4n \cdot 11 = 44n \quad (1\text{-я формула})$$

$$F = 3n \cdot t_1; \quad t_1 = \frac{F}{3n}$$

$$\frac{1}{4}v = n \cdot t_2; \quad t_2 = \frac{0,25v}{n}$$

$$t_1 + t_2 = 18 \text{ ч.}$$

$$\frac{F}{3n} + \frac{0,25v}{n} = 18; \quad \frac{F + \frac{3}{4}v}{3n} = 18; \quad F + \frac{3}{4}v = 54n \quad (2\text{-я формула})$$

Вычтем из 2-й формулы 1-ю:

$$F - F + \frac{3}{4}v - \frac{1}{3}v = 54n - 44n$$

$$\frac{5}{12}v = 10n \quad | \cdot 12$$

$$5v = 120n \quad | :5$$

$$v = 24n$$

$t$ , которое нам нужно найти, равно  $\frac{v}{3n}$ . Подставим:

$$t = \frac{v}{3n} = \frac{24n}{3n} = 8 \text{ ч.}$$

Ответ: за 8 часов.

# Задача 3.

15

$$f(x) = x^2 - 5x + 2023$$

$$f(3-x) = (3-x)^2 - 5(3-x) + 2023$$

$$f(3x-1) = (3x-1)^2 - 5(3x-1) + 2023$$

$$f(3-x) = f(3x-1)$$

$$1) (3-x)^2 - 5(3-x) + 2023 = 9 - 6x + x^2 - 15 + 5x + 2023 = x^2 - x + 2014$$

$$2) (3x-1)^2 - 5(3x-1) + 2023 = 9x^2 - 6x + 1 + 5 - 15x + 2023 = 9x^2 - 21x + 2029$$

$$3) 9x^2 - 21x + 2029 = x^2 - x + 2014$$
$$9x^2 - x^2 + x - 21x + 2029 - 2014 = 0$$

$$8x^2 - 20x + 12 = 0 \quad (\text{мым көмөкө сойраганым гүлө тапкыры уйдатылса, көзү эми көзү сойлат})$$

$$D = 400 - 4 \cdot 8 \cdot 12 = 16$$

$$x_1 = \frac{20 + \sqrt{16}}{16} = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$x_2 = \frac{20 - \sqrt{16}}{16} = \frac{16}{16} = 1$$

Омбөр: 1,5; 1.

Математика

предмет

ШИФР 57-8-М-06

Задача 4.

Сумма всех чисел от 1 до 2023 =  $2024 \cdot 1011 + 1012 =$   
 $= 2046264 + 1012 = 2047276.$

Искомое число -  $x$ .

Тогда:  $\frac{2047276 - x}{2022} = x / 2022$

$$2047276 - x = 2022x$$

$$2047276 = 2023x$$

$$x = \frac{2047276}{2023} = 1012$$

Ответ: 1012.

Задача 5.

1) Для начала рассмотрим все, касающееся не  
в той же плоскости, что и  $\triangle ABC$ , относительно  
 $AC$  (см. рис.). т.к.  $AC = AD + DC = BC$ , а  $FC = DC$ , то

$$BC = FC + BF = AD + DC \Rightarrow BF = AD$$

$$\text{аналогично } EB = DC$$

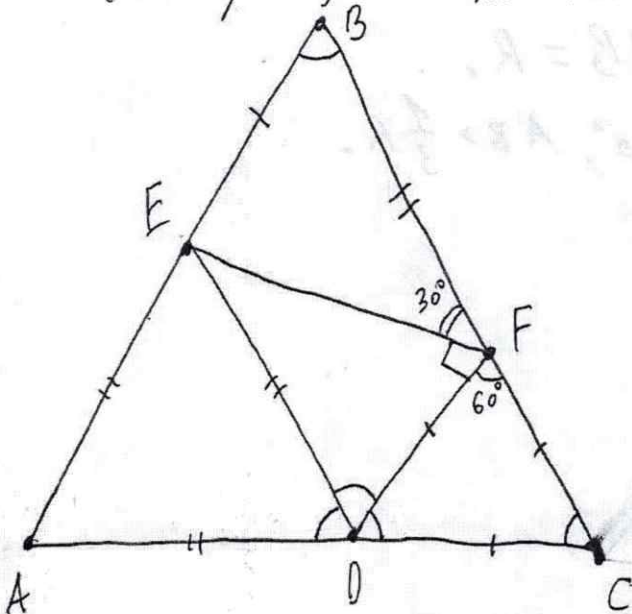
Заметим, что  $DEBF$  - параллелограмм, т.к. его противо-  
положные стороны равны.

$$\angle EDF = 180 - 60 \cdot 2 = 60^\circ; \angle EBF = 60^\circ$$

$$360^\circ = 2\angle BFD + 60 + 60$$

$$240^\circ = 2\angle BFD; \angle BFD = 120^\circ$$

$$\text{тогда } \angle BFE = 30^\circ$$

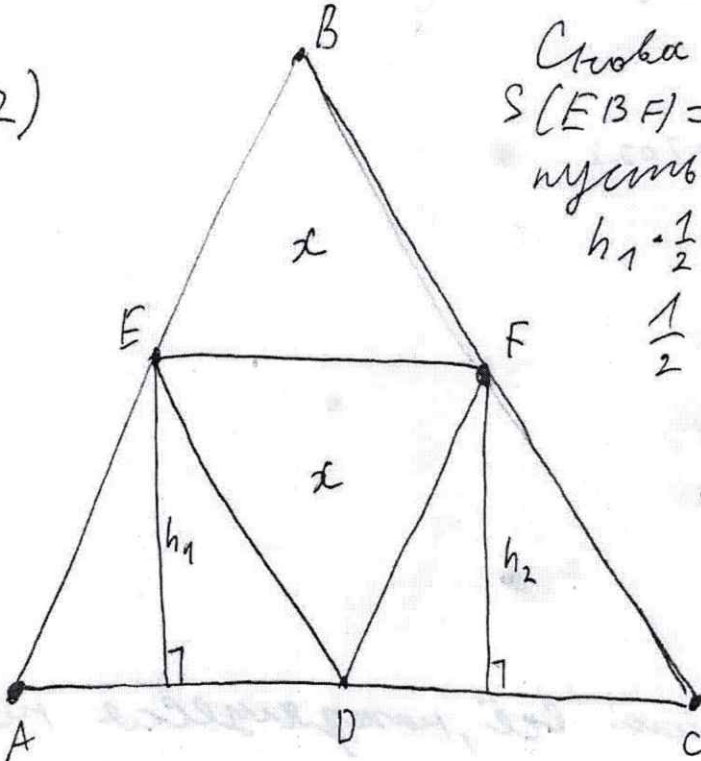


Заметим, что  $\triangle EBF = \triangle FDE$  по 2 сторонам и углу между ними, тогда  $\angle BEF = 90^\circ$ .

$$\frac{BE}{BF} = \frac{DE}{AD} = \sin(\angle BFE) = \sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$$

Ответ:  $\frac{1}{2}$  или  $\frac{2}{7}$ .

2)



Сторона параллельна.  
 $S(\triangle BEF) = S(\triangle EFD)$  т.к.  $\triangle EBF = \triangle EFD$   
 пусть  $S(\triangle EFD) = x$

$$h_1 \cdot \frac{1}{2} AD + h_2 \cdot \frac{1}{2} DC = S(\triangle AED) + S(\triangle DFC)$$

$$\frac{1}{2} AD + \frac{1}{2} DC = \frac{1}{2} AC$$

здесь высота  
 будет одинаковой  
 А следовательно она  
 будет при  $h_1 = h_2$ .  
 Тогда  $\triangle EAD = \triangle DFC$   
 т.е.  $\frac{AD}{DC} = 1$ .

Ответ: 1.

Почему!

Задача 1.

Если  $\angle AOB = 60^\circ$ , то  $AB = R$ .

Значит если  $\angle AOB = 20^\circ$ ,  $AB > \frac{1}{3} R$ .

