

Вых. 11-15
пр. 11-20

1	2	3	4	5
15	20	25	25	15

Заключительный этап Олимпиады «Я – бакалавр»
для обучающихся 5-11 классов 2024/2025 уч. год

$\Sigma 100$

Математика

предмет

ШИФР 61-7-11-2

Задание 1.

15

Пусть x - кол-во выигранных матчей, y - кол-во матчей вничью, z - кол-во проигранных

Поскольку знаем, что сыграли они 6 игр и набрали при этом 10 очков. Составим сис. уравнений

$$\begin{cases} x+y+z=6 \\ 3x+y+0.2z=10 \end{cases}$$

$$3x+y+0.2z=10$$

$$3x+y+0.2z=10$$

Вспомогательная система уравнений

$$\text{Пусть } x=1 \Rightarrow y=4 \Rightarrow x+y+z=6 \Rightarrow x \neq 1 \quad \text{⊗}$$

$$\text{Пусть } x=2 \Rightarrow y=4 \Rightarrow z=0 \mid x+y+z=6 \Rightarrow x=2 \quad \text{Ⓢ}$$

$$\text{Пусть } x=3 \Rightarrow y=1 \Rightarrow z=2 \mid x+y+z=6 \Rightarrow x=3 \quad \text{Ⓢ}$$

$$\text{При } x > 3 \quad 3x+y > 10 \Rightarrow \text{нельзя подобрать } z=2$$

⇒ Команда могла 2 раза выиграть, 4 раза сыграть вничью, 0 раз проиграть

Этот пример как матчи (забили: проигранные)

2 победы:

1:0

1:0

4 ничьи

3:3

3:3

4:4

проигранные:

не кем

Также команда могла 3 раза выиграть, один раз сыграть вничью, 2 раза проиграть

Пример их матчи (забили: проигранные)

3 победы:

2:0

2:0

2:0

1 ничья:

6:6

2 проигрыша:

0:2

0:2

Ответ: 1. 2 выигранных, 4 ничьи, 0 проигранных

2. 3 выигранных, 1 ничья, 2 проигранных.

Математика

предмет

ШИФР 01-7-11-2

Задача 2.

Рассмотрим остатки от деления на 10 каждого числа

20

$111^6 : 10$ с остатком 1

$114^6 \rightarrow$ число будет оканчиваться на 6 (т.к. $4^1 = 4$)

$$-4^1 = -4$$

$$-4^2 = -6$$

$$-4^3 = -4$$

$$-4^4 = -6$$

$$-4^5 = -4$$

$$-4^6 = -6 \Rightarrow 114^6 : 10 \text{ с остатком } 6$$

113^3 будет оканчиваться на 7 (т.к. $3^1 = 3$)

$$-3^2 = -9$$

$$-3^3 = -7 \Rightarrow 113^3 : 10 \text{ с остатком } 4$$

$$\Rightarrow 111^6 + 114^6 - 113^3 \equiv 1 + 6 - 4 \pmod{10} \quad | 1 + 6 - 4 = 0 \Rightarrow 111^6 + 114^6 - 113^3 : 10 \text{ ч.т.д.}$$

25

Задача 3.

Заметим, что каждый лист содержит чётное число чётных чисел $\Rightarrow$ сумма чисел на каждом листе чётна. Если же вырвать 25 листов, т.к. сумма чётного кол-ва чётных чисел чётна $\Rightarrow$ сумма не могла быть чётной, а 2026 чётное $\Rightarrow$ противоречие. Ответ отрицательный. Ч.т.д.

25

Задача 4.

Ответ: нет, не может.

Рассмотрим сумму натуральных чисел.

Т.к. сумма из 2024 и 2024 чётное число $\Rightarrow$ т.п. 1 чётное в сумме должно быть, т.к. все нечётные быть не могут.

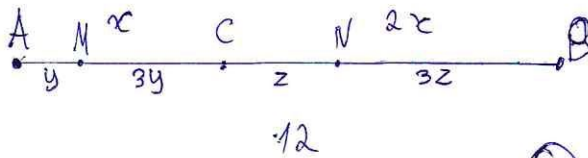
Теперь рассмотрим произведение 9 натуральных чисел. Оно оканчивается на 2025 $\Rightarrow$ произведение нечётное $\Rightarrow$ все числа должны быть нечётными, т.к. при наличии хотя бы одного чётного произведение становится чётным.

Заметим, что со стороны суммы должно быть хотя бы одно чётное/нечётное. Со стороны произведения не должно быть $\Rightarrow$ противоречие и такое быть не может.

Математика

предмет

ШИФР 61-4-11-2



Задача 5.

Обозначим длину каждого отрезка буквами, соответствующим образом.
Зная что $AB=12$, $AC:CB=1:2$, $AM:MC=CN:NB=1:3$
Составим систему уравнений

$$\begin{cases} x + 2x = 12 \\ y + 3y = x \Rightarrow x = 4y \\ z + 3z = 2x \Rightarrow 2x = 4z \Rightarrow x = 2z \end{cases}$$

Подставим в первое уравнение $x = 4y$

$$4y + 2(4y) = 12$$

$$12y = 12$$

$$y = 1$$

Подставим во второе уравнение $x = 2z$

$$2z + 2(2z) = 12$$

$$6z = 12$$

$$z = 2$$

$3y + z = ?$ (Длина отрезка MN)
Зная, что $y=1, z=2$
мы узнаем длину отрезка MN
 $3y + z = 3 \cdot 1 + 2 = 5$
Ответ: 5

15