

Математика

предмет

ШИФР 94-10-М-01

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Всего
Баллы	20	20	15	25	20						100

Вариант 1

Математика

предмет

ШИФР 94-10-M-01

Задание 1:

Решение

Пусть c – вес одного контейнера, b – вес одной бочки, s – вес одного мешка.

$$\begin{cases} 6c + 2b + 16s = 2160 \\ 12c + 16b + 20s = 4680 \end{cases}$$

$$III = x \cdot (ур. 1) + y \cdot (ур. 2)$$

$$III \text{ машина} = 15c + 23b + 22s$$

Составим систему для коэффициентов x и y :

$$\begin{cases} \text{для } c: 6x + 12y = 15 \\ \text{для } b: 2x + 16y = 23 \\ \text{для } s: 16x + 20y = 22 \end{cases} \begin{cases} 2x + 4y = 5 \\ \cancel{5x + 2y} + 16y = 23 \\ 16x + 20y = 22 \end{cases} \begin{cases} 2x = 5 - 4y \\ (5 - 4y) + 16y = 23 \\ 16x + 20y = 22 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 5 - 4y \\ x = -0,5 \\ 16x + 20y = 22. \end{cases}$$

Проверка для s :

$$16 \cdot (-0,5) + 20 \cdot (1,5) = -8 + 30 = 22 - \text{верно}$$

Значит, вес груза третьей машины:

$$III \text{ маш.} = -0,5 \cdot 2160 + 1,5 \cdot 4680 = -1080 + 7020 = 5940 \text{ кг}$$

Задание 2.

$$\sqrt[4]{x^4 - (a+1)x^3 + (a+1)x^2 - (a+1)x + a} - \sqrt[4]{-2x^4 + (2a+1)x^3 + (4a)x^2 + (4a+2)x - 2a}$$

$$= x \sqrt{a-1}$$

$$\sqrt{a-1} \Rightarrow -a-1 \geq 0 \Rightarrow a \leq -1$$

$$P_1(x) = x^4 - (a+1)x^3 + (a+1)x^2 - (a+1)x + a. \text{ Корни: } x = 1; x = a.$$

$$P_1(x) = (x-1)(x-a)(x^2+1)$$

$$P_2(x) = -2x^4 + (2a+1)x^3 - (4a)x^2 + (4a+2)x - 2a$$

$$P_2(x) = (x-a)(2x-1)(-x^2-2) = \frac{1}{2}(a-x)(2x-1)(x^2+2)$$

(20)

(20)

Математика

предмет

ШИФР 04-10-М-01

Задание 2. (продолжение решения)

ОПЗ x :

Для существования $\sqrt{P_2}$: $(a-x)(2x-1) \geq 0$. Т.к.

$$a \leq -1 \Rightarrow x \in [a; 0,5]$$

Для существования $\sqrt{P_1}$: $(x-1)(x-a) \geq 0$. Т.к $[a; 0,5]$ множитель $(x-1) < 0$. Значит: $(x-a) \leq 0 \Rightarrow x \leq a$

Пересечение $x \in [a; 0,5]$ и $x \leq a$ даёт $x = a$.

Проверка.

$$\sqrt{0^2} - \sqrt{0^2} = 0$$

$$a\sqrt{-a-1}$$

$0 = a\sqrt{-a-1}$ при $a \leq -1$ имеет решение только когда $\sqrt{-a-1} = 0$, т.к. $a \neq 0$

$$-a-1=0 \Rightarrow a=-1$$

при $a=-1$: $x=a=-1$. Если $a < -1$, решений нет.

Ответ: при $a=-1$: $x=-1$; при $a \neq -1$ - решений нет.

Задание 3.

$$2n + 26 = mn + m \Rightarrow 2n + 26 = m(n+1)$$

$$m = \frac{2n+26}{n+1} = \frac{2(n+1)+24}{n+1} = 2 + \frac{24}{n+1}$$

Т.к. n и m - целые числа, $n > 1, m > 1$, то $(n+1)$ должно быть делителем 24, большим 2.

Возможные значения $n+1$: 3, 4, 6, 8, 12, 24.

$$n+1=3 \Rightarrow n=2, m=10. \text{ Доход: } 2+3(10)=32; n+1=4 \Rightarrow n=3, m=8.$$

$$\text{Доход: } 3+3(8)=27; n+1=6 \Rightarrow n=5, m=6. \text{ Доход: } 5+3(6)=23;$$

$$n+1=8 \Rightarrow n=7, m=5. \text{ Доход: } 7+3(5)=22; n+1=12 \Rightarrow n=11, m=4.$$

$$\text{Доход: } 11+3(4)=23; n+1=24 \Rightarrow n=23, m=3. \text{ Доход: } 23+3(3)=32.$$

Ответ: $n=2, m=10$ и $n=23, m=3$.

15

Математика

ШИФР 04-10-М-01

25

предмет

Задача 4: $v_M = 6^\circ/\text{мин}$; $v_C = 0,5^\circ/\text{мин}$; $v_{отн} = 5,5^\circ/\text{мин}$.
в 20:00 угол между стрелками = 240° .

Положение в 20 ч, 25 мин, 26 сек: $t_0 = 25 \frac{26}{60} = 25 \frac{13}{30}$ мин

Угол между стрелками = $\alpha \Rightarrow \alpha = |240 - 5,5 \cdot t_0| = |240 - 5,5 \cdot \frac{463}{30}|$
 $= |240 - \frac{8393}{60}| = |\frac{14400 - 8393}{60}| = \frac{6007}{60} \approx 100,1^\circ$

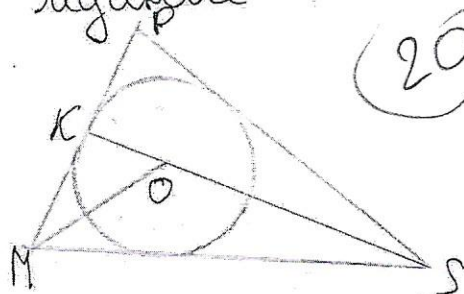
$\Delta \alpha$ (суммарный угол) = $180 + \frac{6007}{60} = \frac{10800 + 6007}{60} = \frac{16807}{60}$

$T = \frac{\Delta \alpha}{v_{отн}} = \frac{16807}{60} : \frac{11}{2} = \frac{16807}{60} \cdot \frac{2}{11} = \frac{16807}{330} = 50 \frac{307}{330}$ мин.

Ответ: $50 \frac{307}{330}$ минут.

Задача 5:

20



Дано: $\triangle MPS$; окружность; O - центр окр.;
 SK - биссектриса; $MK = 3$; $KP = 6$; $\frac{KO}{OS} = \frac{3}{4}$.

Найти: r

Решение

1) SK - биссектриса $\triangle MPS$. Значит: $\frac{MS}{SP} = \frac{MK}{KP} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
(по св-ву биссектрисы). Пусть $MS = x$; $SP = 2x$; 2) $O \in SK$. В
 $\triangle MSK$: MO - биссектриса $\angle KMS$; 3) В $\triangle MSK$: $\frac{MS}{MK} = \frac{SO}{OK}$ (по
св-ву биссектрисы); 4) $\frac{KO}{OS} = \frac{3}{4}$ (по условию) $\Rightarrow \frac{SO}{OK} = \frac{4}{3}$.

Значит: $\frac{MS}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow MS = 4$. Тогда:

1. $SP = 2 \cdot 4 = 8$; $MP = MK + KP = 3 + 6 = 9$.

2. Полупериметр $p = \frac{(4 + 8 + 9)}{2} = 10,5$.

3. $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{10,5 \cdot 6,5 \cdot 2,5 \cdot 1,5} = \frac{3\sqrt{455}}{4}$.

4. $r = \frac{S}{p} = \frac{3\sqrt{455}}{21} : \frac{4}{2} = \frac{3\sqrt{455}}{21} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3\sqrt{455} \cdot 2}{21 \cdot 4} =$

$= \frac{\sqrt{455}}{7 \cdot 2} = \frac{\sqrt{455}}{14}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{455}}{14}$