

ЗАДАНИЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА
ОЛИМПИАДЫ «Я – БАКАЛАВР»
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-11 КЛАССОВ
2024/2025 учебный год

ПО МАТЕМАТИКЕ

КЛАСС 11

ШИФР _____

Задание 1 (10 баллов)

Решите уравнение: $\cos^{2024} x \cdot \sin^{2025} x = \frac{\pi^2}{8 \cdot 256^{253}}$.

Задание 2 (15 баллов)

На доске произвольным образом записаны составные натуральные числа от 1001 включительно до 2025 включительно. Случайным образом эти числа разбивают на две группы. Элементы каждой из групп перемножены. Могут ли эти произведения совпасть?

Задание 3 (25 баллов)

Установите 3 последних цифры следующей суммы:

$$26^{100} + 27^{100} + 28^{100} + 29^{100} + 30^{100} + 31^{100} + \dots + 2025^{100}$$

Задание 4 (15 баллов)

Решите уравнение

$$x^{2025} \cdot \sqrt{x^{2026} + 2025} + (x + 2025)^{2025} \cdot \sqrt{(x + 2025)^{2026} + 2025} + 2x + 2025 = 0$$

Задание 5 (20 баллов)

Две окружности касаются внутренним образом в точке А. Хорда ВС большей окружности касается меньшей окружности в точке К. Докажите, что АК – биссектриса треугольника ABC.

Задание 6 (15 баллов)

У некоторого натурального числа зачеркнули последнюю цифру и из полученного числа вычли ушестеренную вычеркнутую цифру. Эта процедура повторяется несколько раз. Докажите, что если на некотором шаге получится 0, то исходное число делится на 61 без остатка.