

1	2	3	4	5
15	25	25	15	20

Заключительный этап Олимпиады «Я – бакалавр»
для обучающихся 5-11 классов 2024/2025 уч. год

$\Sigma 100$

МАТЕМАТИКА

предмет

ШИФР 57-8-М-03

М₁.
Т.к. при 58 баллах у Пети, средний балл 91, а при 100 баллах у Пети, средний балл 93, то при изменении кол. баллов одного участника на $100 - 58 = 42$ балла, средний балл изменится на $93 - 91 = 2$ балла. Значит, исходя из этого и формулы среднего арифметического $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$, то чтобы средний балл изменялся на единицу, сумма всех a (баллов участников) должна измениться на n , то есть на 21 исходя из предыдущих рассуждений.
Ответ: 21 человек.

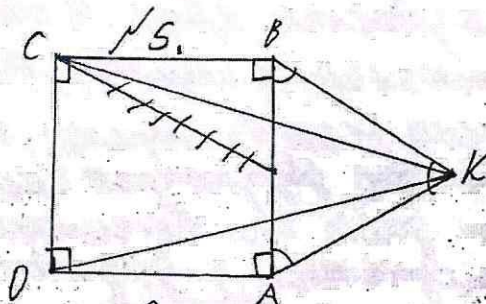
М₂.
По условию номером дома Пети может быть любое двузначное число, кроме оканчивающихся на 0 (поскольку число "наоборот" тогда будет практически однозначным). Однако Васья смог однозначно ответить на вопрос. Нам известно, что дом Васьи имеет номер кратный девяти (исходя из предыдущего условия "одно число, наоборот" при вычитании из своей обычной версии будет давать числа 9, 18, 27... в зависимости от разности цифр в обыкновенном числе: если $a_1 - a_2 = 1$ (число 21 или 32 например), то номер дома Васьи 9; если $a_1 - a_2 = 2$ (число 31 или 42 например), то номер дома Васьи 18 и т.д. Тогда нам нужно такое двузначное число, которое соответствующее условию даст при вычитании $(a_1 - a_2)$ цифру, которая не может получиться у другого соответствующего условию двузначного числа. Таким образом является 91, поскольку в остальных $a_1 - a_2 > 8$, а в нём $a_1 - a_2 = 8$. Исходя из этого при вычитании числа наоборот получается 72. В остальных случаях Васья не сможет однозначно определить дом Пети, т.к. будет минимум два дома с соответствующим условием номером.
Ответ: Дом Пети 91; Дом Васьи 72

13.
П.т.к. по условию в первый вторник месяца математик был в Москве, а в первый вторник после первого понедельника месяца был в Новосибирске, то это разные дни и такое возможно только если первый день месяца вторник. Тогда в Москве он был 1 числа, а в Новосибирске 8 числа. Аналогично с Ростовом-на-Дону и Сочи. Однако вторники находятся на местах: 15; 22; 29; 36. Значит единственный вариант при котором вторник первый день следующего месяца, это что в первом месяце 28 дней, т.е. это февраль. В таком случае всё сходится.

Ответ: Москва - 01.02 Новосибирск - 08.02 Ростов-на-Дону - 15.02
Сочи - 08.03.

14.
Обозначим скорость спортсмена из России за x , тогда скорость спортсмена из Китая $0,9x$, а скорость спортсмена из Германии $0,9(0,9x)$ или $0,81x$. Тогда когда спортсмен из России финишировал проехал 100м, спортсмен из Германии проехал $100 \cdot 0,81 = 81$ м, т.е. спортсмен из России обогнал его на $100 - 81 = 19$ м.

Дано:
ABCO - квадрат
 $\triangle ABK$ - равностор.
Найти:
 $\angle CKD$



Решение:
П.т.к. ABCD - квадрат, то его стороны равны между собой и AB. Однако $\triangle ABK$ равносторонний $\Rightarrow AB = BK = AK$, а из ранее сказанного $AB = BC = CD = AD = BK = AK$. П.т.к. $AD = AK$, то $\triangle DAK$ - равнобедр. и т.к. $\angle A = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$, то углы при основании равны $\frac{180 - 150}{2} = 15^\circ$. Аналогично $\triangle CBK$. П.т.к. $\angle CDA = \angle DCB = 90^\circ$ (т.к. ABCD - квадрат) то $\angle DCK = \angle CDK = 90^\circ - \angle BCK = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$. По сумме углов треуго. $\angle CKD = 180^\circ - 75^\circ - 75^\circ = 30^\circ$. * Также можно было вычислить выйдя из $\angle BKA = 60^\circ$ (т.к. треуго. равност.) $\angle BKC$ и $\angle AKD$ получив также 30° .

Ответ: 30°