

ЗАДАНИЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА  
ОЛИМПИАДЫ «Я – БАКАЛАВР»  
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-11 КЛАССОВ  
2022/2023 учебный год

ФИЗИКА

КЛАСС 8

1. Из некоторого пункта в одно время стартовали три велосипедиста, которые, равномерно двигаясь, приехали по одной и той же дороге в пункт назначения. Найти скорость второго велосипедиста, если скорость первого –  $V$ , третьего –  $2V$ . При этом первый велосипедист затратил на дорогу на час больше второго и на два часа больше третьего.

Дано:	Решение:
$V_1 = V$	Сопоставление пути первого и второго велосипедистов с учетом равномерности их движения:
$V_3 = 2V$	
$V_2 = ?$	
$V_1 t_1 = V_2 t_2 = V_2 (t_1 - 1); V_1 = V; V_2 = V \frac{t_1}{t_1 - 1}. \quad (86)$	
Сопоставление пути первого и третьего велосипедистов с учетом равномерности их движения:	
$V t_1 = V_3 t_3 = 2V (t_1 - 2); t_1 = 4 \text{ часа}; \quad (86)$	
$V_2 = \frac{4}{3} V. \quad (46)$	
Ответ: $V_2 = \frac{4}{3} V$	

2. Горизонтально расположенная линейка имеет две небольшие опоры. Если к одному концу линейки приложить вертикально вниз силу  $F=0,5 \text{ Н}$ , линейка повернется вокруг одной из опор. Если приложить вертикально вниз силу  $3F$  к другому концу линейки, линейка повернется вокруг другой опоры.

Промежуток между опорами равен половине длины линейки. Определить массу линейки.

Дано:	Решение:
$F_1 = F$ $F = 0,5 \text{ Н}$ $F_2 = 3F$	$x, y$ – расстояния от опор до центра тяжести линейки, $L$ – длина линейки: $x + y = \frac{L}{2}$ . Условие баланса моментов сил относительно одной из опор
$m - ?$	
	$3F \left( \frac{L}{2} - x \right) = mgx. \quad (66)$
	Условие баланса моментов сил относительно другой опоры
	$F \left( \frac{L}{2} - y \right) = mgy; \quad (66)$
	$y = \frac{L}{2} - x; \quad Fx = mg \left( \frac{L}{2} - x \right).$
	В результате перемножения двух условий баланса
	$3F^2 x \left( \frac{L}{2} - x \right) = (mg)^2 x \left( \frac{L}{2} - x \right);$
	$3F^2 = (mg)^2. \quad (46)$
	$m = \frac{\sqrt{3}F}{g} = \frac{1,73 \cdot 0,5}{10} = 0,09 \text{ кг}. \quad (46)$
	Ответ: $m=0,09 \text{ кг}$

3. Трубку на 5 см опустили нижним концом, закрытым приложенной пластиной, в ртуть. Затем в трубку залили некоторый объем воды, а потом такой же объем масла. Найти наименьшую высоту столбиков воды и масла в трубке, при которых закрывающая трубку пластина отпадет. Плотность ртути  $13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , плотность воды  $10^3 \text{ кг/м}^3$ , плотность масла  $0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ .

Дано:	Решение:
$h = 5 \text{ см}$ $\rho = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ $\rho_1 = 10^3 \text{ кг/м}^3$ $\rho_2 = 0,9 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$V_1 = V_2 \quad h_1 = h_2$ Гидростатические давления ртути, воды и масла: $P = \rho gh$ $P_1 = \rho_1 g h_1 \quad P_2 = \rho_2 g h_2 \quad (26)$
$h_1 - ? \quad h_2 - ?$	Условие равенства гидростатических давлений по обе стороны приложенной пластины:

$$\rho gh = \rho_1 gh_1 + \rho_2 gh_2$$

$$\rho gh = gh_1(\rho_1 + \rho_2) \quad (86)$$

$$h_1 = \frac{\rho h}{\rho_1 + \rho_2} \quad (86)$$

$$h_1 = h_2 = \frac{13,6 \cdot 10^3 \cdot 0,05}{10^3 + 0,9 \cdot 10^3} = 0,36 \text{ м} \quad (26)$$

Ответ:  $h_1 = h_2 = 0,36 \text{ м}$

4. В колбе налитая из бака вода закипает на плитке за 7 минут. После того, как из бака добавляют в колбу еще немного воды, температура воды в колбе понижается на  $4^\circ$ . Снова кипение в колбе начинается через 30 секунд. Определить температуру воды в баке. Температура кипения воды  $100^\circ \text{ С}$ . Потерями тепла пренебречь.

Дано:	Решение:
$t_1 = 7 \text{ мин} = 420 \text{ с};$ $t_2 = 30 \text{ с}$ $\Delta T = 4^\circ \text{ С}$ $T_{\text{к}} = 100^\circ \text{ С}$	<p>Теплота, полученная от нагревателя мощностью <math>P</math> в течение времени <math>t_1</math> выражается в виде: <math>Q_1^{\text{нагр}} = Pt_1</math>.</p> <p>Уравнение теплового баланса при первичном нагревании массы <math>M</math> воды в колбе в течение времени <math>t_1</math>:</p> $Pt_1 = cM(T_{\text{к}} - T_0)$
$T_0 - ?$	<p>Уравнение теплового баланса при понижении температуры на <math>\Delta T</math> после добавления воды массой <math>m</math>:</p> $cM\Delta T = cm(T_{\text{к}} - \Delta T - T_0)$ <p>Из уравнения теплового баланса при понижении температуры на <math>\Delta T</math> получаем соотношение масс (1).</p> $\frac{m}{M} = \frac{\Delta T}{T_{\text{к}} - \Delta T - T_0} \quad (1) \quad (46)$ <p>Уравнение теплового баланса при вторичном нагревании в течение времени <math>t_2</math> выражается в виде:</p>

$$Pt_2 = Q_2^{\text{нагр}} = c(M + m)\Delta T$$

После сопоставления уравнений теплового баланса при первичном и вторичном нагревании принимает вид:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{M(T_K - T_0)}{(M + m)\Delta T} \quad (26)$$

Из соотношения времен нагревания  $\frac{t_1}{t_2}$  получаем соотношение масс (2).

$$\frac{m}{M} = \frac{t_2(T_K - T_0)}{t_1\Delta T} - 1 \quad (2)$$

Из сопоставления соотношений масс (1) и (2) получаем выражение для определения  $T_0$ .

$$\frac{t_2(T_K - T_0)}{t_1\Delta T} - 1 = \frac{\Delta T}{T_K - \Delta T - T_0}$$

$$\frac{(T_K - T_0)}{\Delta T} \left[ \frac{t_2(T_K - T_0)}{t_1\Delta T} - 1 - \frac{t_2}{t_1} \right] = 0 \quad (46)$$

$$\frac{t_2(T_K - T_0)}{t_1\Delta T} - 1 - \frac{t_2}{t_1} = 0$$

$$\frac{(T_K - T_0)}{\Delta T} = 1 + \frac{t_1}{t_2}$$

$$T_0 = T_K - \Delta T \left( 1 + \frac{t_1}{t_2} \right) \quad (46)$$

$$T_0 = 100 - 4 * \left( 1 + \frac{420}{30} \right) = 40 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (26)$$

Ответ:  $T_0 = 40 \text{ } ^\circ\text{C}$

5. Если включить лампочку в сеть, то в соединительных проводах теряется  $k_1$  процентов используемой энергии. Найти процент энергии, рассеиваемой на соединительных проводах, при уменьшении сопротивления лампочки в четыре раза, если  $k_1 = 3\%$ .

Дано:	Решение:
$k_1 = 3\%$ .	

$R_1 = R_1$ $R_2 = 0,25R_1$ $= 0,25R$	Мощность тока в цепи из лампочки сопротивлением $R$ и соединительных проводов сопротивлением $r$ выражается в виде:
$k_2 - ?$	$P_1 = \frac{U^2}{r+R}.$

По закону Ома сила тока в цепи из лампочки сопротивлением  $R$  и соединительных проводов сопротивлением  $r$ :

$$I_1 = \frac{U}{r+R}.$$

Мощность, рассеиваемая на соединительных проводах, при сопротивлении лампочки  $R$

$$\eta_1 P_1 = I_1^2 r = \left(\frac{U}{r+R}\right)^2 r; \quad (46)$$

$$\eta_1 = \frac{k_1}{100\%}.$$

С учетом выражения для  $P_1$  получаем параметр  $\eta_1$ , характеризующий мощность, рассеиваемую на соединительных проводах, при сопротивлении лампочки  $R$

$$\eta_1 = \frac{r}{r+R}. \quad (26)$$

Аналогично получаем параметр  $\eta_2$ , характеризующий мощность, рассеиваемую на соединительных проводах, при сопротивлении лампочки  $0,25R$

$$\eta_2 = \frac{r}{r+0,25R}.$$

Из выражения для  $\eta_1$  находим соотношение  $\frac{r}{R}$ , которое подставляем в выражение для  $\eta_2$ , получим.

$$\eta_1 \frac{r}{R} + \eta_1 = \frac{r}{R}$$

$$\frac{r}{R} = \frac{\eta_1}{1-\eta_1} \quad (46)$$

$$\eta_2 \frac{r}{R} + 0,25\eta_2 = \frac{r}{R}$$

$$\eta_2 \frac{\eta_1}{1-\eta_1} + 0,25\eta_2 = \frac{\eta_1}{1-\eta_1} \quad (46)$$

$$\eta_2 = \frac{\eta_1}{0,25+0,75\eta_1} \quad (46)$$

$$k_2 = \eta_2 100\%$$

$$k_2 = 11\% \quad (26)$$

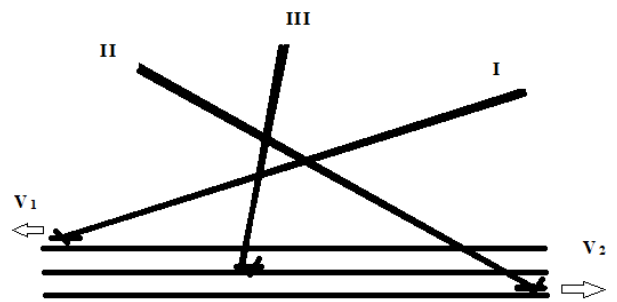
Ответ:  $k_2 = 11\%$

**ЗАДАНИЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА  
ОЛИМПИАДЫ «Я – БАКАЛАВР»  
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-11 КЛАССОВ  
2022/2023 учебный год**

**ФИЗИКА**

**КЛАСС 9**

1. На параде летящие параллельными курсами самолеты выпускают цветной газ. Первый и второй самолеты летят в разные стороны. Скорости первого и второго самолетов равны  $v_1 = 500$  км/час и  $v_2 = 700$  км/час соответственно.



Следы, оставленные этими газами в воздухе, представлены на рисунке.

Найти:

- 1 – скорость ветра;
- 2 – скорость третьего самолета.

При решении возможно использовать линейку.

<p>Дано:</p> <p><math>v_1 = 500</math> км/час</p> <p><math>v_2 = 700</math> км/час</p>	<p>Решение:</p> <p align="center">Рисунок 1</p> <p>1. Клубы газа, выпущенные самолетом в точке А, за время <math>t</math>, будут снесены ветром в точку С. <math>\vec{AC} = \vec{v}_0 t</math>, <math>\vec{AB} = \vec{v} t</math>, <math>\vec{BC} = \vec{AC} - \vec{AB}</math>. <math>\vec{AB}</math> – перемещение самолета за это же время, <math>\vec{BC}</math> – направление шлейфа газов, <math>\vec{v}_0</math> – скорость ветра, <math>\vec{v}</math> – скорость самолета. Докажем, что направление вектора <math>(\vec{v}_0 - \vec{v})</math></p>
<p><math>v_0 = ?</math></p> <p><math>v_3 = ?</math></p>	

совпадает с направлением  $\overrightarrow{BC}$ . Пусть в некоторой точке D самолет выпустил газ. Тогда к моменту, когда самолет будет в точке В, газ будет снесен ветром в точку К, лежащую на ВС, так как  $\frac{|AC|}{|AB|} = \frac{|KD|}{|DB|} = \frac{v_0}{v}$ . Кроме того, AC параллельна KD.

Следовательно,  $\triangle ABC$  подобен  $\triangle DBK$ . Поэтому угол ABC и угол DKB—это один и тот же угол. Тогда точка К должна лежать на линии ВС, как отмечено на рисунке 1. (46)

2. Для нахождения скорости ветра построим в едином масштабе скорости первого и второго самолетов (рисунок 2).

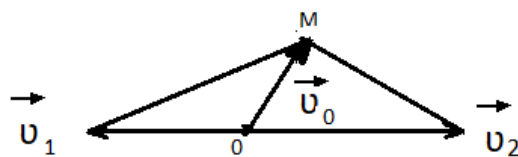


Рисунок 2

Из концов векторов скоростей проведем прямые, параллельные соответствующим направлениям движения, выброшенных клубов газа. Отрезок MO в используемом масштабе будет равен скорости ветра  $v_0$ .  $v_0 = 35$  км/час. (86)

3. Определим скорость третьего самолета. Проведем через точку М прямую, параллельную шлейфу газов, выброшенных из третьего самолета. Пересечение этой прямой с прямой, по которой движется третий самолет, определяют скорость третьего самолета (рисунок 3).  $v_3 = 20$  км/час, (отрезок OQ). (86)

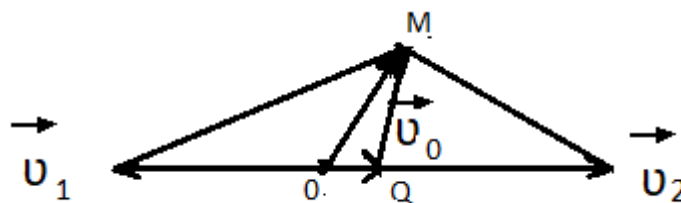
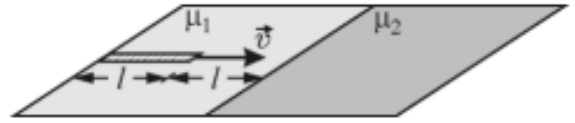


Рисунок 3

Ответ:  $v_0 = 35$  км/час,  $v_3 = 20$  км/час.



4. Строители толкнули тонкий однородный брус длиной  $l = 2$  м так, что он скользит слева направо в соответствии с



рисунком вдоль поверхности, состоящей из двух площадок: асфальта и утрамбованного грунта. Коэффициент трения между брусом и асфальтом -  $\mu_1 = 0,1$ , коэффициент трения между грунтом и брусом  $\mu_2$ . В тот момент, когда расстояние между границей раздела площадок и правым концом бруса равно  $l$ , скорость бруса равна  $v = 3$  м/с. Вектор скорости бруса направлен перпендикулярно границе раздела. Найдите максимальное значение коэффициента трения  $\mu_2$ , при котором брус полностью попадет на грунтовую площадку.

Дано:	Решение:
$v = 3$ м/с $l = 2$ м $\mu_1 = 0,1$	<p>Модуль работы сил трения в процессе движения бруса равен <math>A = A_1 + A_2 + A_3</math>.</p> <p><math>A_1 = \mu_1 mgl</math> – модуль работы силы трения бруса при перемещении по асфальту до границы раздела площадок.</p>
$\mu_2 = ?$	
<p><math>A_{2,3}</math> – модули работы силы трения при перемещении бруса с левой стороны на правую. (5б)</p>	
<p>Модуль силы трения, действующей на асфальтовой поверхности на часть бруса длиной <math>x</math>, выражается в виде: <math>F_1 = \mu_1 \frac{mg}{l} x</math>. Так как сила меняется линейно от 0 до <math>\mu_1 mg</math>, поэтому модуль работы этой силы на перемещении <math>l</math> равен <math>A_2 = \frac{1}{2} \mu_1 mgl</math>. Аналогично модуль работы силы трения <math>F_2</math> при перемещении по грунту выражается в виде: <math>A_3 = \frac{1}{2} \mu_2 mgl</math>. (5б)</p>	

Считаем, что брус полностью остановился, полностью переместившись на грунтовую площадку. Тогда согласно теореме об изменении кинетической энергии получим:  $\frac{mv^2}{2} = \mu_1 mgl + \frac{1}{2} \mu_1 mgl + \frac{1}{2} \mu_2 mgl.$  (56)

Из этого уравнения находим  $\mu_2$ .

$$\mu_2 = \frac{v^2}{gl} - 3\mu_1.$$

$$\mu_2 = \frac{3^2}{10 \cdot 2} - 3 \cdot 0,1 = 0,15 \quad (56)$$

Ответ:  $\mu_2 = 0,15$ .

5. Цилиндр из некоторого материала массой  $m_1 = 2$  кг, нагретого до температуры  $t_1 = 100^\circ\text{C}$  опускают в калориметр с водой массой  $m_2$  при температуре  $t_2 = 20^\circ\text{C}$ . Одновременно в калориметр добавляют лед массой  $m_3 = 0,15$  кг при нуле градусов. После установления теплового равновесия температура в калориметре оказалась равной  $t_3 = 60^\circ\text{C}$ . Удельная теплоемкость цилиндра линейно зависит от температуры по закону:  $c = c_1(1 + \alpha t)$ , где  $c_1 = 1,4 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$ ,  $\alpha = 0,014^\circ\text{C}^{-1}$ . Известно, что удельная теплоемкость воды  $c_2 = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$ , удельная теплота плавления льда  $\lambda = 333,5 \text{ кДж}/\text{кг}$ . Теплоемкостью калориметра и тепловыми потерями пренебречь. Определить первоначальную массу  $m_2$  воды в калориметре.

Дано:

$$m_1 = 2 \text{ кг}$$

$$t_1 = 100^\circ\text{C}$$

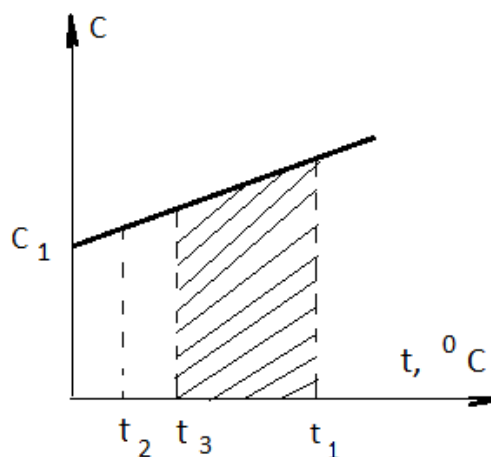
$$t_2 = 20^\circ\text{C}$$

$$m_3 = 0,15 \text{ кг}$$

$$t_3 = 60^\circ\text{C}$$

$$c = c_1(1 + \alpha t)$$

$$c_1 = 1,41 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$$



(56)

$$\alpha=0,014^{\circ}\text{C}^{-1}$$

$$c_2=4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C})$$

$$\lambda=330 \text{ кДж}/\text{кг}$$

$$m_2=?$$

Решение:

Количество тепла  $Q_1$ , которое брусок отдает воде массой  $m_2$ , и льду массой  $m_3$ , охлаждаясь до температуры  $t_3=60^{\circ}\text{C}$ , численно равно площади прямоугольной трапеции, представленной на графике зависимости удельной теплоемкости от температуры, умноженной на массу бруска  $m_1$ .

$$Q_1 = c_1 m_1 \left( \frac{1 + \alpha t_1 + 1 + \alpha t_3}{2} \right) (t_1 - t_3) = c_1 m_1 \left( (t_1 - t_3) + \frac{\alpha}{2} (t_1^2 - t_3^2) \right); \quad (56)$$

С другой стороны, количество тепла, которое получила вода массой  $m_2$ , и лед массой  $m_3$ , выражается в виде:

$$Q_2 = c_2 m_2 (t_3 - t_2) + \lambda m_3 + c_2 m_3 (t_3 - 0) = c_2 m_2 (t_3 - t_2) + m_3 (\lambda + c_2 t_3); \quad (56)$$

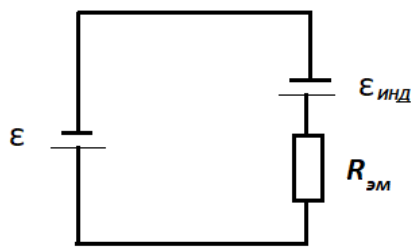
Согласно уравнению баланса тепла  $Q_1 = Q_2$ .

$$m_2 = \frac{c_1 m_1 \left( (t_1 - t_3) + \frac{\alpha}{2} (t_1^2 - t_3^2) \right) - m_3 (\lambda + c_2 t_3)}{c_2 (t_3 - t_2)};$$

$$m_2 = \frac{1,4 \cdot 10^3 \cdot 2 \left( (100 - 60) + \frac{0,014}{2} (100^2 - 60^2) \right) - 0,15 \cdot (330 \cdot 10^3 + 4,2 \cdot 10^3 \cdot 60)}{4,2 \cdot 10^3 (60 - 20)} =$$
$$= 0,41 \text{ кг} \quad (56)$$

Ответ:  $m_2 = 0,41 \text{ кг}$

6. При строительстве моста конвейер поднимает щебень на высоту  $h=15\text{м}$ . При превышении нормы подачи щебня электродвигатель конвейера останавливается при напряжении  $U=400 \text{ В}$  и силе тока  $I_1=25 \text{ А}$ . Пусть электродвигатель, работая в нормальном режиме, потребляет ток  $I_2=15\text{А}$ . Определить количество подаваемого гравия в секунду;

<p>Дано:</p> <p><math>h=15\text{м}</math></p> <p><math>U=400\text{ В}</math></p> <p><math>I_1=25\text{ А}</math></p> <p><math>I_2=15\text{А}</math></p>	<p>Решение:</p> <p>Электромотор является омическим элементом, в котором наряду с преобразованием электрической энергии в тепло на проводах, происходит ее</p> 
<p><math>m - ?</math></p> <p><math>\varepsilon_{\text{инд}} - ?</math></p>	<p>превращение в механическую энергию по поднятию песка. За счет работы сторонних сил (здесь это сила противодействия силе Лоренца) возникает ЭДС индукции, направленная против ЭДС источника. В результате по закону Ома для полной цепи сила тока в цепи:</p> $I = \frac{\varepsilon - \varepsilon_{\text{инд}}}{R}; \quad (46)$ <p>Здесь <math>R</math>- полное сопротивление цепи. Если мотор не вращается и, следовательно, не совершается механическая работа, то <math>\varepsilon_{\text{инд}}=0</math>. Ток в цепи в этом случае будет максимальным – <math>I_2=20\text{ А}</math>. Из закона Ома для этого случая</p> $R = \frac{\varepsilon}{I_1} = \frac{400\text{ В}}{25\text{ А}} = 16\text{ Ом}. \quad (46)$ <p>Это сопротивление, естественно, останется таким же и во втором случае, когда <math>I_2=15\text{А}</math>.</p> <p>Перепишем закон Ома для всей цепи в виде:</p> $\varepsilon = \varepsilon_{\text{инд}} + I_2 * R. \quad (46)$ <p>Домножим правую и левую часть на <math>I_2</math>, получим:</p> $\varepsilon I_2 = I_2^2 R + \varepsilon_{\text{инд}} I_2.$ <p>Здесь: <math>W_{\text{полная}} = \varepsilon I_2</math>- мощность источника; <math>W_0 = I_2^2 R</math>- мощность тепловых потерь; <math>W_{\text{полезн}} = \varepsilon_{\text{инд}} I_2</math> – механическая мощность электромотора, т.е. работа, ежесекундно совершаемая двигателем по поднятию песка.</p>

	$W_{\text{полезн}} = mgh; \varepsilon I_2 = I_2^2 R + mgh; \quad \text{так как } R = \frac{\varepsilon}{I_1}; \text{ то} \quad (46)$
	$\varepsilon I_2 = I_2^2 \frac{\varepsilon}{I_1} + mgh; \quad m = UI_2 \left(1 - \frac{I_2}{I_1}\right) \frac{1}{gh}$
	$m = 400 \cdot 15 \cdot \left(1 - \frac{15}{25}\right) \frac{1}{15 \cdot 10} = 16 \frac{\text{кг}}{\text{с}}. \quad (46)$
	<p>Ответ: <math>m = 16 \frac{\text{кг}}{\text{с}}</math>.</p>

7. Два конденсатора с емкостями  $C_1=6$  мкФ и  $C_2=3$  мкФ и два источника с  $\varepsilon_1=20$  В и  $\varepsilon_2=10$  В соединены, как указано на рисунке. Внутреннее сопротивление источников не учитывать. Определить:

1– напряжение на каждом конденсаторе;

2– разность потенциалов между точками а и в.

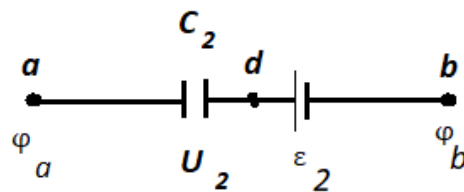
<p>Дано:</p> <p><math>C_1=6</math> мкФ</p> <p><math>C_2=3</math> мкФ</p> <p><math>\varepsilon_1=20</math> В</p> <p><math>\varepsilon_2=10</math> В</p> <p><math>U_1, U_2</math> -?</p> <p><math>U_{ab}</math> -?</p>	<p>Решение:</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>Конденсаторы соединены последовательно, поэтому их общая емкость равна: <math>C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}</math>. <span style="float: right;">(46)</span></p> <p>Заряды на каждом равны заряду на эквивалентном конденсаторе:</p> $q_1 = q_2 = q = C(\varepsilon_1 + \varepsilon_2). \quad (46)$ <p>Напряжения на конденсаторах:</p> $U_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{C(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{C_1} = \frac{C_2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{C_1 + C_2}; \quad (26)$
--	--

$$U_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{C(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{C_2} = \frac{C_1(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{C_1 + C_2}. \quad (26)$$

$$U_1 = \frac{3 \cdot 10^6 (10 + 20)}{9 \cdot 10^6} = 10 \text{ В}. \quad (26)$$

$$U_2 = \frac{6 \cdot 10^6 (10 + 20)}{9 \cdot 10^6} = 20 \text{ В}. \quad (26)$$

Найдем напряжение на участке  $ab$ . Для этого рассмотрим участок цепи  $adb$ .



Из рисунка видно, что  $\varphi_a - \varphi_d = U_2$ ;  $\varphi_b - \varphi_d = \varepsilon_2$ .

Вычтем из первого второе соотношение, получим:

$$\varphi_a - \varphi_b = U_2 - \varepsilon_2 = 20 - 10 = 10 \text{ В}. \quad (46)$$

Ответ:  $U_1 = 10 \text{ В}$ ;  $U_2 = 20 \text{ В}$ ;  $\varphi_a - \varphi_b = 10 \text{ В}$ .

ЗАДАНИЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА  
ОЛИМПИАДЫ «Я – БАКАЛАВР»  
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-11 КЛАССОВ  
2022/2023 учебный год

ФИЗИКА

КЛАСС 10

1. Упругую игрушку уронили на пол, отскакивая от которого игрушка теряет каждый раз  $k$  процентов энергии.

Найти: 1) на какую высоту поднялась игрушка после пятого соударения с полом; 2) высоту  $h$ , с которой падала игрушка, если она начала движение из состояния покоя, за время  $10$  с игрушка ударилась об пол ровно семь раз,  $k=30\%$ . Ускорение свободного падения считать равным  $10$  м/с<sup>2</sup>, сопротивлением воздуха пренебречь. Ответ выразить в метрах.

Дано: $t = 10$ с $k = 30\%$	Решение: Расстояние, пройденное при свободном падении без начальной скорости до первого соударения, равно $h = \frac{gt_0^2}{2}$ .
$h_5 - ?$ $h - ?$	
Потенциальная энергия в конце подъема на высоте $h_1$ после первого соударения выражается в виде: $mgh_1 = (1 - \mu)mgh$ $\mu = k/100\%$ $h_1 = (1 - \mu)h = (1 - \mu)\frac{gt_0^2}{2} = \frac{gt_1^2}{2}$ Время подъема после первого соударения: $t_1 = t_0\sqrt{1 - \mu}$ $h_2 = (1 - \mu)h_1 = (1 - \mu)^2\frac{gt_0^2}{2} = \frac{gt_2^2}{2}$ $t_2 = t_0(\sqrt{1 - \mu})^2$	

$$h_n = (1 - \mu)h_{n-1} = (1 - \mu)^n \frac{gt_0^2}{2} = \frac{gt_n^2}{2}.$$

Время подъема после n-го соударения  $t_n$  рассчитывается по формуле:

$$t_n = t_0(\sqrt{1 - \mu})^n \quad (8 \text{ б})$$

Времена  $t_n$  ( $n=0, 1, 2, \dots$ ) создают геометрическую прогрессию.

$$t = t_0 + 2t_1 + 2t_2 + \dots + 2t_n$$

$$t = t_0 + 2 \left[ t_0\sqrt{1 - \mu} + t_0(\sqrt{1 - \mu})^2 + \dots + t_0(\sqrt{1 - \mu})^n \right].$$

В результате суммирования членов геометрической прогрессии получим

$$t = -t_0 + 2t_0 \frac{1 - (\sqrt{1 - \mu})^{n+1}}{1 - \sqrt{1 - \mu}} \quad (8 \text{ б})$$

$$t_0 = t \left[ -1 + 2 \frac{1 - (\sqrt{1 - \mu})^{n+1}}{1 - \sqrt{1 - \mu}} \right]^{-1}$$

$$h = \frac{gt_0^2}{2} = 8 \text{ м} \quad (2 \text{ б})$$

$$h_5 = (1 - \mu)^5 h = 1 \text{ м}. \quad (2 \text{ б})$$

Ответ:  $h = 8 \text{ м}$ ,  $h_5 = 1 \text{ м}$ .

2. Цилиндрическую палочку, в вертикальном положении плавающую в жидкости, необходимо в вертикальном положении полностью погрузить в эту жидкость. Определить минимальную требуемую для этого работу, если радиус палочки 3 см, высота палочки 8 см, плотность материала палочки  $0,8 \text{ г/см}^3$ , плотность жидкости  $1,2 \text{ г/см}^3$ .

<p>Дано:</p> <p><math>R = 3 \text{ см}</math></p> <p><math>h = 8 \text{ см}</math></p> <p><math>\rho_{п} 0,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}</math></p> <p><math>\rho_{ж} = 1,2 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}</math></p>	<p>Решение:</p> <p>Сила Архимеда при погружении части длиной <math>x</math>.</p> <p><math>F_A = \rho_{ж} g \pi R^2 x</math></p> <p>Уравнение баланса сил при наличии внешней силы <math>F</math>.</p>
<p><math>A - ?</math></p>	



$$mg + F = F_A \quad (26)$$

$$m = \rho_{\Pi} \pi R^2 h$$

Уравнение баланса сил при отсутствии внешней силы

$$\rho_{\Pi} \pi R^2 h = \rho_{\text{ж}} g \pi R^2 x_0$$

$$x_0 = \frac{\rho_{\Pi} h}{\rho_{\text{ж}}}$$

$$F(x) = F_A - mg = \rho_{\text{ж}} g \pi R^2 \left( x - \frac{\rho_{\Pi} h}{\rho_{\text{ж}}} \right) \quad (76)$$

$$F(x) = \rho_{\text{ж}} g \pi R^2 (x - x_0)$$

Работа внешней силы

$$A = F_{\text{ср}} (h - x_0) \quad (26)$$

Средняя сила с учетом линейной зависимости внешней силы от  $x$ .

$$F_{\text{ср}} = \frac{1}{2} F(h)$$

$$A = \frac{1}{2} F(h) (h - x_0) = \frac{1}{2} \rho_{\text{ж}} g \pi R^2 (h - x_0)^2$$

$$A = \frac{1}{2} \rho_{\text{ж}} g \pi R^2 h^2 \left( 1 - \frac{\rho_{\Pi}}{\rho_{\text{ж}}} \right)^2 \quad (76)$$

$$A = 0,01 \text{ Дж} \quad (26)$$

Ответ:  $A=0,01$  Дж.

3. По гладкому полу со скоростью 1 м/с движется доска массой 10 кг. На доску помещают тело массой 1 кг. Коэффициент трения между телом и доской равен 0,1. Когда тело и доска начали двигаться с одной скоростью, доска внезапно остановилась из-за преграды. На какое расстояние относительно доски в итоге переместится тело? Ускорение свободного падения примите равным  $10 \text{ м/с}^2$ . Ответ приведите в сантиметрах, округлив до целых.

Дано:

$$v = 1 \text{ м/с}$$

$$M = 10 \text{ кг}$$

$$m = 1 \text{ кг}$$

Решение:

По закону сохранения импульса

$\mu = 0,1$	$Mv = (M + m)u$
$S - ?$	(46) $u = \frac{Mv}{M+m}$
Изменение полной механической энергии при выравнивании скоростей доски и тела из-за трения	
$\Delta E = \frac{Mv^2}{2} - \frac{(M+m)u^2}{2} = \frac{Mmv^2}{2(M+m)} = \mu mg S_1 \quad (56)$	
$S_1 = \frac{Mv^2}{2(M+m)\mu g}$	
Изменение полной механической энергии тела из-за трения при внезапной остановке доски	
$\frac{mu^2}{2} = \mu mg S_2 \quad (46)$	
$S_2 = \frac{M^2 v^2}{2(M+m)^2 \mu g}$	
$S =  S_2 - S_1  = \frac{Mmv^2}{2(M+m)^2 \mu g} \quad (56)$	
$S = 4 \text{ см} \quad (26)$	
Ответ: $S = 4 \text{ см}$	

4. Температура  $t_1$  воздуха в помещении с неплотно закрытой форточкой равна температуре наружного воздуха. После подключения обогревателя воздух в помещении постепенно нагревается до температуры  $t_2$ . Определить работу и изменение внутренней энергии воздуха в помещении при нагреве, если объем помещения  $100 \text{ м}^3$ , атмосферное давление  $10^5 \text{ Па}$ ,  $t_1 = -15 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $t_2 = +30 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Дано: $V = 100 \text{ м}^3$ $p_0 = 10^5 \text{ Па}$ $t_1 = -15 \text{ }^\circ\text{C}$ $t_2 = +30 \text{ }^\circ\text{C}$	Решение: $p_1 = p_2 = p_0 = p_{\text{атм}} \quad (26)$ Начальное и конечное значения внутренней энергии воздуха в помещении
$\Delta U - ? \text{ А} - ?$	

$$U_1 = \nu_1 \frac{5}{2} RT_1$$

$$U_2 = \nu_2 \frac{5}{2} RT_2$$

Уравнения Менделеева-Клапейрона для начального и

конечного состояний воздуха в помещении

$$p_1 V_1 = \nu_1 RT_1$$

$$p_2 V_2 = \nu_2 RT_2$$

$$V_1 = V_2 = V$$

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 = p_0 V$$

$$p_0 V = \nu_1 RT_1 = \nu_2 RT_2 \quad (46)$$

$$\Delta U = U_2 - U_1 = 0 \quad (46)$$

Работа газа для изобарного расширения при выходе воздуха из помещения

$$A = p_0 \Delta V$$

$$\Delta V = V - V_3$$

Уравнение Менделеева-Клапейрона для начального состояния  $\nu_2$  молей воздуха в помещении

$$p_0 V_3 = \nu_2 RT_1$$

$$\frac{V_3}{V} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$V_3 = V \frac{T_1}{T_2}$$

$$\Delta V = V \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) \quad (46)$$

$$A = p_0 \Delta V = p_0 V \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) \quad (46)$$

$$A = 1,5 \text{ МДж} . \quad (26)$$

Ответ:  $A = 1,5 \text{ МДж} .$

5. По круговой траектории радиусом  $R=0,5$  м перемещается тело с массой  $m=0,1$  кг и зарядом  $q=0,5$  Кл. В центре круговой траектории находится заряд  $Q= -1$  Кл. Найти наименьшую дополнительную скорость в направлении движения, необходимую для значительного удаления тела от центрального

заряда. Сопротивлением движению и гравитационным взаимодействием пренебречь.

<p>Дано:</p> <p><math>R=0,5</math> м</p> <p><math>m=0,1</math> кг</p> <p><math>q=0,5</math> Кл</p> <p><math>Q=-1</math> Кл</p>	<p style="text-align: center;">Решение:</p> <p>По закону сохранения энергии при значительном удалении тела от центрального заряда</p> $\frac{m(v+\Delta v)^2}{2} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (76)$
<p><math>\Delta v</math>—?</p>	<p style="text-align: center;">По второму закону Ньютона</p> $ma = F$ <p>Центростремительное ускорение</p> $a = \frac{v^2}{R}$ <p>Сила кулоновского взаимодействия</p> $F = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R^2}$ <p>В соответствии со вторым законом Ньютона для начального состояния движения</p> $\frac{mv^2}{R} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R^2}$ $v = \sqrt{\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 mR}} \quad (76)$ $\frac{m(v+\Delta v)^2}{2} = 2V^2 m$ $(v + \Delta v)^2 = 2V^2$ $\Delta v = v(\sqrt{2} - 1) \quad (46)$ $\Delta v = \sqrt{\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 mR}} (\sqrt{2} - 1)$ $\Delta v = 1,2 \cdot 10^5 \text{ м/с} \quad (26)$ <p>Ответ: <math>\Delta v = 1,2 \cdot 10^5 \text{ м/с}</math></p>

ЗАДАНИЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА  
ОЛИМПИАДЫ «Я – БАКАЛАВР»  
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-11 КЛАССОВ  
2022/2023 учебный год

ФИЗИКА

КЛАСС 11

1. Траектория движения космического зонда, движущегося к планете Марс, является параболой. Для максимального сближения с поверхностью Марса зонд должен перейти на круговую орбиту. В результате такого перехода зонд снижает свою скорость, при этом относительная скорость истечения газов из двигателя зонда равна  $v^* = 5 \cdot 10^3$  м/с. Радиус Марса составляет 53% от радиуса Земли. Ускорение свободного падения на Марсе  $g_M = 3,8$  м/с<sup>2</sup>. Радиус Земли принять равным 6400 км. Трением пренебречь. Определите:

1-на сколько изменилась скорость зонда при торможении;

2-какую часть составляет масса использованного топлива от массы корабля в результате торможения.

Дано:	Решение:
Дано: $v^* = 5 \cdot 10^3$ м/с $g_M = 3,8$ м/с <sup>2</sup> $R_M/R_3 = 0,53$	Полная механическая энергия космического зонда, летящего к Марсу по параболической траектории на бесконечно большом расстоянии от него, равна нулю.
$\Delta v$ -? $\Delta m$ -?	По закону сохранения энергии в точке наибольшего сближения зонда с Марсом, его полная механическая энергия тоже должна быть равна нулю, т.е.
$\frac{mv_0^2}{2} - G \frac{M_M * m}{R_M} = 0, v_0$ —скорость зонда в точке максимального сближения, $m$ —масса зонда, $M_M$ — масса Марса, $R_M$ — радиус Марса. (46)	
Отсюда:	

$$v_0 = \sqrt{2G \frac{M_M}{R_M}}; \quad g_M = \frac{G}{R_M^2} M_M; \quad (26)$$

$$v_0 = \sqrt{2g_M R_M} = \sqrt{2 * 3,8 * 6400 * 0,53 * 10^3} = 5,08 * 10^3 \text{ м/с}. \quad (26)$$

В процессе торможения скорость зонда должна уменьшиться до первой космической скорости ( $v_1$ ), так как траектория движения зонда переходит в окружность.

Тогда, согласно второму закону Ньютона, выполняется соотношение:

$$\frac{mv_1^2}{R_M} = g_M * m; \quad (26)$$

$$v_1 = \sqrt{g_M R_M} = \sqrt{3,8 * 6400 * 0,53 * 10^3} = 3,590 * \frac{10^3 \text{ м}}{\text{с}}.$$

$$\text{Следовательно, } \Delta v = v_0 - v_1 = 1,49 * 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (26)$$

Считая, что время сгорания топлива очень мало и продукты сгорания выброшены одной порцией, по закону сохранения импульса можно записать:

$$mv_0 = (m - \Delta m)v_1 + \Delta m (v^* + v_0); \quad (66)$$

$$(m - \Delta m)\Delta v = \Delta m v^*.$$

$$\text{Тогда } \Delta m = \frac{\Delta v}{v^* + \Delta v} m = 0,23m. \quad (26)$$

$$\text{Ответ: } \Delta v = 1,49 * 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad \Delta m = 0,23m.$$

2. Газообразный аргон находится в двух сосудах. Давление аргона в каждом из сосудов одинаково и равно  $p=0,1$ МПа. Каждый из сосудов соединен теплоизолированной перемычкой малого диаметра с третьим, теплоизолированным сосудом. Температуры аргона в первом и втором сосудах равны  $T= 300$  К и  $4T$  соответственно. Найти установившиеся внутри третьего теплоизолированного объема:

1- температуру аргона в третьем сосуде;

2- давление аргона в третьем сосуде.

Дано:	Решение:
$p=10^5 \text{ Па}$	В равновесном состоянии число частиц в третьем сосуде должно оставаться постоянным. $N=N_1+N_2$ . $N_1, N_2$ - число частиц, уходящих из первого и второго сосудов соответственно.
$T_1=300 \text{ К}$	
$T_2=4 T_1$	
$T_3 - ? \quad p_3 - ?$	Число частиц, попадающих в третий сосуд через площадку площадью $S$ за время $\Delta t$ в виде: $N=N_1+N_2=\frac{1}{2}n_1Sv_{1x}\Delta t +$
	$\frac{1}{2}n_2Sv_{2x}\Delta t$ , где $n_1, n_2$ – концентрации частиц в первом и во втором сосуде соответственно, $v_{1x}$ и $v_{2x}$ - среднее значения модулей проекций скоростей частиц на ось $x$ в первом и втором объеме в направлении, перпендикулярном отверстиям соответственно. (26)
	Число частиц, покидающих третий сосуд за тоже самое время -
	$N_0=2*\frac{1}{2}n_0Sv_x\Delta t$ . Здесь $n_0$ -концентрация частиц в третьем сосуде; $v_x$ -среднее значение модуля скорости частиц вдоль оси $x$ . (26)
	$n_1v_{1x} + n_2v_{2x} = 2 n_0v_x;$ (26)
	Скорости $v_{1x}, v_{2x}, v_x$ – пропорциональны средним квадратичным скоростям частиц. Средняя квадратичная скорость выражается в виде: $v = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$ , здесь
	$k$ -постоянная Больцмана, $m$ -масса молекулы, $T$ -температура газа.
	Концентрация частиц определяется в виде: $n = \frac{p}{kT}$ . (26)
	Используя эти уравнения, получим:
	$p_1T_1^{-\frac{1}{2}} + p_2T_2^{-\frac{1}{2}} = 2p_3T_3^{-\frac{1}{2}};$
	$p T^{-\frac{1}{2}} + p (4 * T)^{-\frac{1}{2}} = 2p_3T_3^{-\frac{1}{2}};$ (26)
	Полная энергия частиц в третьем сосуде тоже не меняется.
	Средняя кинетическая энергия одной одноатомной частицы идеального газа равна: $\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2}kT$ . Тогда уравнение баланса энергии, приходящей в третий

сосуд, равная энергии, уносимой частицами из него за одно и то же время через отверстия площадью  $S$ , выражается в виде:

$$N_1 \frac{3}{2} kT_1 + N_2 \frac{3}{2} kT_2 = N_0 \frac{3}{2} kT_3. \quad (46)$$

Упростив его, получим  $p T^{\frac{1}{2}} + p (4 * T)^{\frac{1}{2}} = 2p_3 T_3^{\frac{1}{2}}$ ;

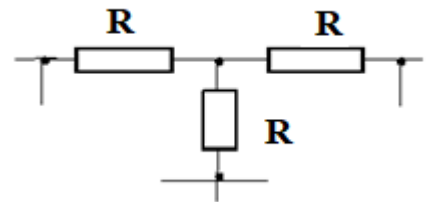
$$\text{Добавив к нему ранее } p T^{-\frac{1}{2}} + p (4 * T)^{-\frac{1}{2}} = 2p_3 T_3^{-\frac{1}{2}} \quad (46)$$

полученное, найдем  $T_3 = 2T = 600 \text{ K}$ ;

$$p_3 = 3p/2\sqrt{2} = 1,06 * 10^5 \text{ Па}. \quad (26)$$

Ответ:  $T_3 = 600 \text{ K}, p_3 = 1,06 * 10^5 \text{ Па}$ .

3. Ученику, пытающемуся подчинить электроприбор, необходимо измерить одно из сопротивлений электрической схемы, часть которой представлена на рисунке. Все



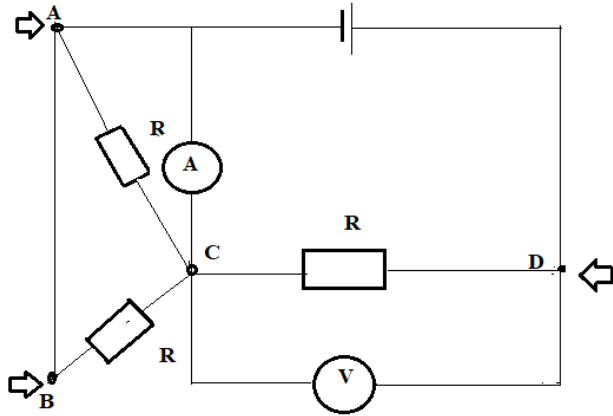
сопротивления одинаковы. В своем распоряжении он имеет идеальные источник тока, ЭДС которого  $\varepsilon$ , реостат, вольтметр, амперметр. Схема, собранная учеником для получения нужной информации, не должна содержать разрывов контактов сопротивлений, представленных на рисунке.

1- Представить и обосновать рисунок требуемого варианта схемы.

2- Формулы, определяющие величину сопротивления.

Дано: $R_1 = R_2 =$ $R_3 = R,$	Решение:
$\varepsilon$ $R - ?$ Схема соединения-?	Идея схемы состоит в том, чтобы два из трех сопротивлений подключить к точкам с одинаковыми потенциалами. Тогда ток через каждый из них течь не будет. Источник тока, амперметр и оставшееся сопротивление должны образовывать замкнутую цепь. Вольтметр надо подключить параллельно сопротивлению $R$ . $(86)$ Тогда схема подключения для определения сопротивления $R$ может выглядеть так.





(86)

На схеме точки А, В и С имеют одинаковый потенциал, так как амперметр, идеальный. Тогда вольтметр покажет  $\varepsilon$ , а амперметр покажет силу тока  $I$ .

(26)

Согласно закону Ома для участка цепи получим:  $R = \frac{\varepsilon}{I}$ .

(26)

4. Плоский м конденсатор емкостью  $C=200$  мкФ с помощью двух параллельных пружин жесткости, которых  $k_1=k_2=k=10$  Н/см соответственно, соединен с медным стержнем. Эта конструкция находится в магнитном поле, вектор индукции которого направлен перпендикулярно плоскости, в которой расположен проводник и пружины в направлении от нас, а величина равна  $B=100$  Тл. Некоторая сила, действующая в вертикальной плоскости, выводит стержень один раз из положения равновесия, после чего стержень совершает малые вертикальные колебания. Масса стержня  $m=20$  г, длина стержня  $l=0,2$  м. Сопротивление, индуктивность и емкость проводников не учитывать.

- 1- Объяснить характер движения стержня в вертикальной плоскости, сделав соответствующий рисунок.
- 2- Определить период малых вертикальных колебаний стержня.

Дано:

$$C=200 \text{ мкФ};$$

$$k_1=k_2=k=10$$

$$\text{Н/см}=10^3 \text{ Н/м};$$

$$B=100 \text{ Тл};$$

$$m=20 \text{ г}=2 \cdot$$

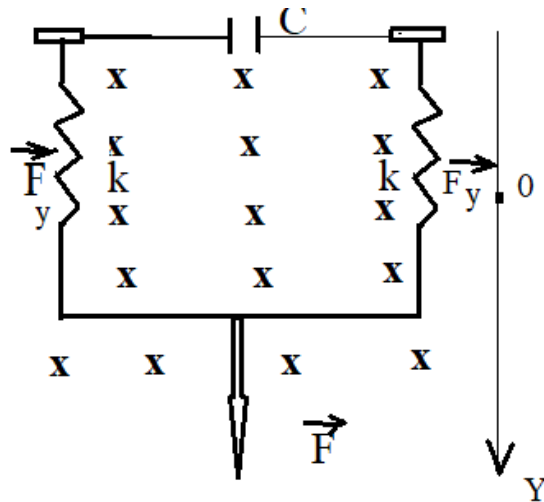
$$10^{-2} \text{ кг};$$

$$l=0,2 \text{ м};$$

$$e=1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

T-?

Решение:



Рисунок

Эквивалентная жесткость двух пружин, соединенных параллельно, равна  $2k$ . (26)

В равновесном состоянии в отсутствии внешнего магнитного поля статическое удлинение определяется из второго закона Ньютона в виде:

$$2k \cdot \Delta x_0 = mg, \Delta x_0 = \frac{mg}{2k}. \quad (26)$$

Уравнения движения стержня на пружинах, который будем рассматривать как пружинный маятник, совершающий малые колебания в вертикальной плоскости, имеет вид:

$$mg - 2k\Delta x = ma, \Delta x = \Delta x_0 + x, ma = -2kx, \omega = \sqrt{\frac{2k}{m}}. \quad (26)$$

В магнитном поле в стержне, колеблющемся в магнитном поле, под действием силы Лоренца индуцируется электродвижущая сила ЭДС ( $\varepsilon$ )  $\varepsilon = evBl$ . (26)

За счет этого электрического поля конденсатор заряжается до заряда

$$q = C\varepsilon. \quad (26)$$

Колебания совершаются с переменной скоростью, поэтому заряд  $q$  и ЭДС индукции  $\varepsilon$  будут меняться, т.е. в цепи потечет переменный ток.

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = eCBl \frac{\Delta v}{\Delta t} = eCBl a, a \text{ — ускорение стержня.} \quad (26)$$

На проводящий стержень в магнитном поле будет действовать сила Ампера в виде:  $F_A = IB l = eaB^2 l^2 C$ . (26)

Характер движения стержня будет теперь определяться не только силой упругости, но и силой Ампера направление которой будет определяться правилом Ленца, а величина будет зависеть от ускорения. (26)

Сила Ампера всегда будет направлена к положению равновесия. Поэтому уравнение движения с учетом силы Ампера будет иметь вид:  $ma = -2kx - eaB^2 l^2 C$  или  $a(m + eB^2 l^2 C) = -2kx$ . (26)

Это колебания пружинного маятника, масса которого больше, чем в отсутствии магнитного поля на величину  $\Delta m = eB^2 l^2 C$ . (26)

Период малых (гармонических) колебаний определяется в виде:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m + eB^2 l^2 C}{2k}} = 2\pi \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-2} + 1,6^{-19} \cdot 10^4 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^3}} = 20 \text{ мс} \quad (26)$$

Ответ:  $T = 20$  мс.

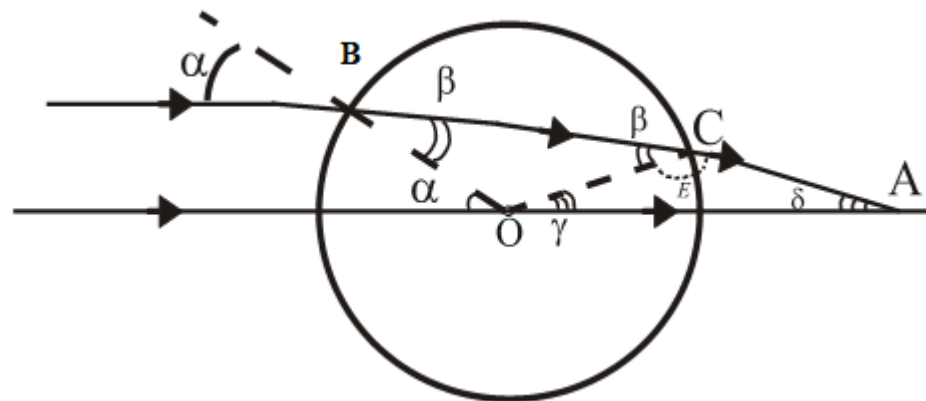
5. Турист пытается с помощью пучка сухой травы и стеклянного шара, показатель преломления которого равен  $n=1,5$ , разжечь костер. Радиус шара равен  $R=2,5$  см. Определите на каком расстоянии от пучка сухой травы надо расположить центр стеклянного шара.

Дано:

$$R = 0,025 \text{ м}$$

ОА - ?

Решение



Рисунок

(66)

Поскольку источник света – Солнце – «бесконечно» далеко, пучок солнечных лучей можно считать параллельным. Покажем на рисунке ход пары лучей. После преломления в шаре они сойдутся в точке А (фокусе), соответственно, на этом расстоянии от пучка сухой травы и следует поместить центр шара.

(46)

Значит, требуется найти расстояние ОА. Углы  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  малы. Для таких углов справедливо:  $\sin x \approx x, \operatorname{tg} x \approx x$  (где угол  $x$  выражен в радианах).

Закон преломления на первой границе:  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$  или  $\alpha \approx \beta n$ . (26)

Из треугольников ВОС и ОСА видно, что углы равны  $\gamma = \pi - \alpha - (\pi - 2\beta) = 2\beta - \alpha = \beta(2 - n)$ , и  $\delta = \alpha - \gamma = 2\beta(n - 1)$ .

Запишем теорему синусов для треугольника ОАС:

$$\frac{OA}{OC} = \frac{\sin \varepsilon}{\sin \delta}, \quad \text{откуда} \quad OA = OC \frac{\sin \varepsilon}{\sin \delta}.$$

Учитывая, что  $\sin \varepsilon = \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha \approx \alpha \approx \beta n$ , получим:

$$OA = R \frac{\beta n}{2\beta(n-1)} = R \frac{n}{2(n-1)} = R \frac{1,5}{2(1,5-1)} = \frac{3}{2} R = 0,0375 \text{ м} \quad (86)$$

Ответ: ОА=0,0375 м