Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Донской государственный технический университет»

ЗАДАНИЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА
ОЛИМПИАДЫ «Я – БАКАЛАВР»
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-11 КЛАССОВ
2021/2022 учебный год

Σ 60б

ПО МАТЕМАТИКЕ

1	2	3	4	5
15	25	0	20	0

КЛАСС 8

ШИФР 61-8-М-80

Задание 1.
Если в произведении двух натуральных чисел один сомножитель увеличить на 2, а другой уменьшить на 2, то произведение чисел не изменится. Докажите, что если к этому произведению прибавить 1, то получится квадрат целого числа.

Задание 2.
Илья, Денис, Кирилл и Игорь посещают разные кружки – борьбу, плавание, теннис и баскетбол. Илья занимается не борьбой, не теннисом и не плаванием. Денис - не плаванием и не борьбой. Кирилл - не борьбой. Чем занимается каждый из мальчиков?

Задание 3.
На основании AC равнобедренного треугольника ABC отмечена точка D так, что $AD = AB$. В треугольнике провели биссектрису AL (точка L лежит на отрезке BC). Найдите длину стороны АС, если АВ=1 и $DL = DC$.

Задание 4.
Вычислите $x^3 + \frac{1}{x^3}$, если известно, что $x + \frac{1}{x} = 3$.

Задание 5.
Пусть a, b, c — стороны треугольника. Докажите, что

$$(a^2 - b^2 - c^2)^2 < 4b^2c^2$$

математика
предмет

ШИФР 61-8-М-80

15б

№1 дано:

$n_1 \cdot n_2 = (n_1+2)(n_2-2)$

раскроем скобки

$n_1 \cdot n_2 = n_1 n_2 + 2n_2 - 2n_1 - 4$

$0 = 2n_2 - 2n_1 - 4$

$2n_2 - 2n_1 = 4$

$n_2 - n_1 = 2$

Выходит $n_\Delta = 2$

надо доказать

$\sqrt{n_1 \cdot n_2 + 1} \in N$

$\cancel{n_1 \cdot n_2 + 1 = n_3^2}$

$n_1 \cdot n_2 + 1 = a^2$

известно что $n_2 - n_1 = 2$

значит

$n_1 \cdot n_2 + 1 = n_2 \cdot (n_2 - 2) + 1$

$n_2 \cdot (n_2 - 2) + 1 = n_2^2 - 2n_2 + 1 =$

$\cancel{= n_2^2}$

$= (n_2 - 1)^2 = a^2$

$n_2 \in N$

$1 \in N$

$n_2 - 1 \in Z$

$(n_2 - 1)^2 \in N$

$\sqrt{(n_2-1)^2} \in N$

$\sqrt{n_1 n_2 + 1} \in N$

ч.т.д.

25б

№2

Решим методом таблицы

составим таблицу

Илья Денис Кирилл Игорь

борьба
плавание
теннис
баскетбол

напишем x там где пересекаются кружок и человек который им не занимается

	Ил	Д	К	Иг
бо	x	x	x	
п	x	x		
т	x			
ба				

в некоторых строчках осталась только 1 клетка поставим там √ и за одно x в тех строчках и столбиках где есть √

	Ил	Д	К	Иг
бо	x	x	x	√
п	x	x		x
т	x			x
ба	√	x	x	x

Повторим так ещё раз

	Ил	Д	~~К~~ К	Иг
бо	x		x	√
п	x	x		
т	x	√	x	x
ба	√	x	x	x

и последний раз

	Ил	Д	К	Иг
бо	x	x	x	√
п	x	x	√	x
т	x	√	x	x
ба	√	x	x	x

Ответ

Илья – баскетбол

Денис – теннис

Кирилл – плавание

Игорь – борьба

№4

Дано

$x + \frac{1}{x} = 3$

Найти

$x^3 + \frac{1}{x^3}$

$(x+\frac{1}{x})^3 = 3^3$

$(x+\frac{1}{x})(x^2+2+\frac{1}{x^2}) = 27$

$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3x + \frac{3}{x} = 27$

$3x + \frac{3}{x} = 3(x+\frac{1}{x}) = 3 \cdot 3 = 9$

$x^3+\frac{1}{x^3}+9=27$

$x^3+\frac{1}{x^3}=27-9$

$x^3+\frac{1}{x^3}=18$

Ответ 18

ABC равнобедр

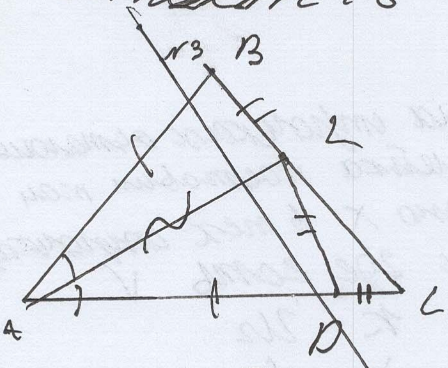
$AD = AB$

$AB = 1$

$DL = DL$

20б

№3



Дано

ABC - равнобедр

$AD = AB$

AL - биссектриса

$DL = DC$

Решение

Рассмотрим $\triangle BAL$ и $\triangle DAL$

AL - общая

$AB = AD$ (по усл.)

$\angle BAL = \angle DAL$ (AL - биссектриса)

значит $\triangle BAL = \triangle DAL$

$AC = AD + DC = AB + LB$