1	2	3	4	5
20	5	20	5	5

Заключительный этап Олимпиады «Я – бакалавр»
для обучающихся 5-11 классов 2022/2023 уч. год

Σ55

математика
предмет

ШИФР 6111М35

№4

$3\arcsin x + \arccos y = \pi/2$

5б

$\arccos y = \pi/2 - 3\arcsin x$

$y = \cos\left(\pi/2 - 3\arcsin x\right)$, cos - чётная функция

$y = \cos\left(3\arcsin x - \pi/2\right)$

$y = \sin\left(3\arcsin x\right)$

$y' = 3\cos\left(3\arcsin x\right)$

$3\cos\left(3(\arcsin x)\right) = 0$

$3\arcsin x = \pi/2 + \pi k$

$x = \sin\left(\pi/6 + \frac{\pi k}{3}\right)$

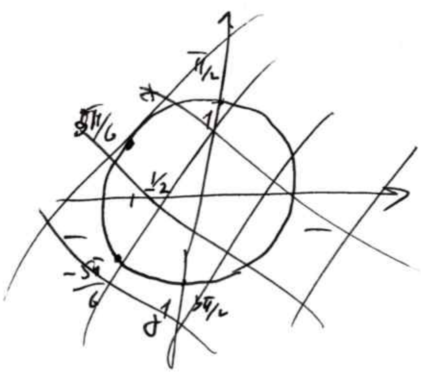
$x = 1; -1; \frac{1}{2}$

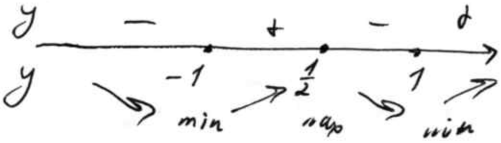
при $x = 1$

$y = \sin\left(3\arcsin 1\right) = -1$

при $x = \frac{1}{2}$

$y = \sin\left(3\arcsin \frac{1}{2}\right) = 1$, =>

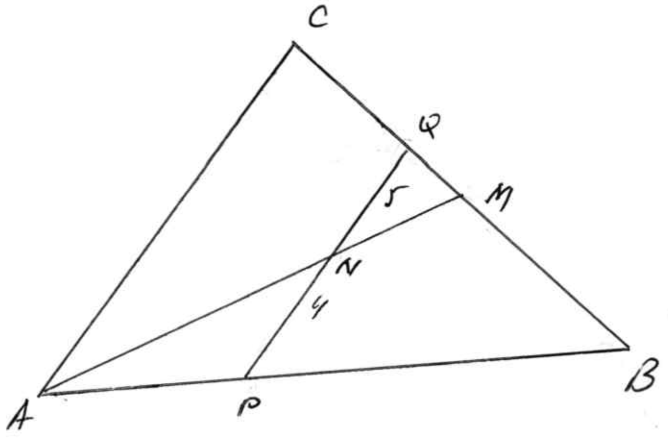




Ответ: -1 и 1 - точки минимума

$\frac{1}{2}$ - точка максимума

№5



Дано: $\triangle ABC$

AM - медиана

$QP \parallel AC$

$PN = 4$

$QN = 5$

Найти AC - ?

Решение:

1). $\triangle ACB \sim \triangle PQB$ - по 2 углам ($QP \parallel AC$)

2). $\triangle PQB$:

AM - секущая, тогда

$$\frac{PN}{PQ} = \frac{QM}{MB} = \frac{AP}{BP}$$

5б

$$\frac{AP}{PB} = \frac{QM}{MB} = \frac{4}{9}$$, значит, $\frac{PB}{AB} = \frac{9}{13}$

3) из (1) пункта

$$\frac{AC}{PQ} = \frac{AB}{PB}$$

$$AC = PQ \cdot \frac{13}{9} = 13$$

Ответ: 13

№1

20б

1) Пусть x - стёртое число

2). $(1+2023)\cdot 1011 + 1012$ - сумма чисел в $1^{ом}$ случае

3) $((1+2023)\cdot 1011 + 1012) - x$ - сумма чисел во $2^{ом}$ случае

4). $\frac{(1+2023)\cdot 1011 + 1012 - x}{2023-1} =$ - среднее арифметическое во $2^{ом}$ случае

$= \frac{2024}{2} + \frac{1012-x}{2022} = 1012 + \frac{1012-x}{2022} \in N$, т.к. $1012 \in N$, то $\frac{1012-x}{2022} \in N$

математика — ШИФР 6111435
предмет

т. к. ~~...~~ $1 \leq x \leq 2023$, то $(1012-x)$ не будет нацело делиться на 2022, значит, $\frac{1012-x}{2022} \notin N$, => среднее арифметическое, получившихся чисел, не может равняться какому-то из оставшихся чисел.

Ответ: не может

№3

20 б

$$x^2+2023=16y^2$$

$$16y^2-x^2=2023$$

$$(4y-x)(4y+x)=2023$$

~~$D(2023)=$~~ $2023=17^2\cdot 7 = 1\cdot 2023$, т.е.

(1) $\begin{cases}4y-x=17^2\\4y+x=7\end{cases}$ или (2) $\begin{cases}4y-x=7\\4y+x=17^2\end{cases}$ или (3) $\begin{cases}4y-x=7\cdot 17\\4y+x=17\end{cases}$ или (4) $\begin{cases}4y-x=17\\4y+x=7\cdot 17\end{cases}$ или (5) $\begin{cases}4y-x=1\\4y+x=2023\end{cases}$ или $\begin{cases}4y\mp x=\ldots\\4y+x=1\ldots\end{cases}$

$y_1=y_2$; $y_3=y_4$; $y_5=y_6$

$x_1=-x_2$; $x_3=-x_4$; $x_5=-x_6$;

$y_1=17 \in P$; $y_3=37 \in P$; $y_5=253 \in P$, тогда

$x_1=51 \notin P$; $x_2=-51 \notin P$; $x_3=141 \notin P$; $x_4=-141 \notin P$; $x_5=252 \notin P$; $x_6=-252 \notin P$, значит, таких чисел нет

Ответ: таких точек нет, 0.

№2

5б

$$x^2+4x\cos A+y^2-2y\cos B+5=0$$

$$\left(x^2+4x\cos A+4\cos^2 A\right)-4\cos^2 A+\left(y^2-2y\cos B+\cos^2 B\right)-\cos^2 B+5=0$$

$$\left(x+2\cos A\right)^2+\left(y-\cos B\right)^2=5+4\cos^2 A+\cos^2 B$$ – окружность с центром в точке $(-2\cos A;\cos B)$ и радиусом $\sqrt{5+4\cos^2 A+\cos^2 B}$