



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ДГТУ)**

**ОЛИМПИАДА «Я – МАГИСТР»  
ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ В МАГИСТРАТУРУ в 2026 году**

**15.04.03 Прикладная механика,  
«Динамика и прочность элементов сельскохозяйственных машин»**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ  
К ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОМУ ЭТАПУ ОЛИМПИАДЫ**

Составители: Вислоусова И.Н , Михалев А.И.,  
(члены методической комиссии)

Председатель методической комиссии:  
Токарев П.В

## ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП

Характер и уровень сложности олимпиадных задач направлены на достижение целей проведения Олимпиады: выявление и поддержка лиц, проявивших выдающиеся способности; стимулирование учебно-познавательной и научно-исследовательской деятельности обучающихся; развитие у обучающихся интеллектуальных и творческих способностей; создание необходимых условий для формирования качественного контингента магистрантов, ориентированных на продолжение академической карьеры; формирование системы непрерывного взаимодействия с одаренной и талантливой молодежью; распространение и популяризация научных знаний; привлечение талантливой молодежи, в том числе из зарубежных стран, к обучению в магистратуре.

Задания дифференцированы по сложности и требуют различных временных затрат на верное и полное решение. Задания направлены на выявление интеллектуального потенциала, аналитических способностей и креативности мышления участников и т.п.

Очный этап Олимпиады проводится только в письменной форме. Каждый участник Олимпиады получает бланк с заданием, содержащий пять заданий. При выполнении заданий требуется:

1. Нарисовать рисунок, если задание подразумевает его наличие;
2. Написать уравнения;
3. Дать четкий ответ.

При написании работы можно использовать: карандаш, ручку, линейку, калькулятор.

При подготовке к Олимпиаде следует повторить приведенные ниже темы.

### ПЕРЕЧЕНЬ ЭЛЕМЕНТОВ СОДЕРЖАНИЯ, ВКЛЮЧЕННЫХ В ЗАДАНИЯ ОЛИМПИАДЫ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА 2025/2026 УЧЕБНОГО ГОДА

Тема 1. Плоское движение твёрдого тела и сложное движение точки

Описание раздела.

Описание

раздела.

Задача относится к разделу "Кинематика" теоретической механике и охватывает плоское движение твёрдого тела в сочетании со сложным движением точки. Здесь необходимо анализировать движение системы из двух тел: поступательно движущегося полуцилиндра и вращающегося стержня. Ключевой метод решения — использование теоремы о сложении скоростей для точки стержня и уравнений связей, вытекающих из геометрии системы.

Пример вопроса.

1. Вопрос: Как изменится угловая скорость стержня, если скорость движения полуцилиндра увеличится в 2 раза (при том же законе движения)?  
Разбор: Угловая скорость  $\omega$  прямо пропорциональна  $S'$  (как видно из дифференцированной связи). Поэтому при увеличении скорости полуцилиндра в 2 раза угловая скорость стержня также увеличится в 2 раза (при том же угле  $\alpha$ ).

2. Вопрос: Что произойдёт с угловой скоростью стержня при угле  $\alpha \rightarrow 90^\circ$ ?  
Разбор: Нужно анализировать уравнение связи. В типовых задачах при  $\alpha \rightarrow 90^\circ$  знаменатель выражения для  $\omega$  может стремиться к нулю (из-за  $\partial f / \partial \alpha$ ), что приводит к неограниченному росту  $\omega$  (кинематический резонанс) или, наоборот, к уменьшению. Например, если связь  $S = r(\cot \alpha - \cot \alpha_0)$ , то при  $\alpha \rightarrow 90^\circ$ ,  $\partial f / \partial \alpha$  конечен, а  $\omega$  пропорциональна  $S$ .

## Тема 2. Определение перемещений в статически определимых и неопределимых стержневых системах (фермах)

Описание раздела.

Данная задача относится к разделу «Соппротивление материалов», а именно к расчёту перемещений в стержневых системах (фермах). Основные методы решения:

- Интеграл Мора (в общем виде)
- Формула Максвелла-Мора (для ферм, где стержни работают только на растяжение-сжатие)
- Метод Верещагина (если нужно перемножать эпюры)
- Энергетический метод (по закону сохранения энергии)

Пример вопроса.

1. Вопрос: Что произойдёт с перемещением узла В, если модуль упругости материала стержней увеличить в 1.5 раза?  
Разбор: Перемещение обратно пропорционально модулю упругости  $E$ . При увеличении  $E$  в 1.5 раза перемещение уменьшится в 1.5 раза. Материал с большим модулем упругости (например, сталь вместо алюминия) деформируется меньше при той же нагрузке.
2. Вопрос: Как повлияет на перемещение увеличение длины всех стержней в 1.5 раза при сохранении геометрической схемы фермы?  
Разбор: Перемещение прямо пропорционально длине стержней  $l$ . При увеличении  $l$  в 1.5 раза перемещение также увеличится в 1.5 раза. Более длинные стержни при той же нагрузке испытывают большие удлинения/укорочения.

## Тема 3. Определение главных центральных осей и моментов инерции составных сечений

Описание раздела.

Данная задача относится к разделу «Соппротивление материалов», а именно к геометрическим характеристикам плоских сечений. Она затрагивает:

1. Расчёт моментов инерции сложных составных сечений (сложение и вычитание простых фигур)
2. Определение положения центра тяжести составного сечения
3. Вычисление осевых и центробежных моментов инерции относительно центральных осей

4. Определение главных центральных осей инерции (осей, относительно которых центробежный момент инерции равен нулю)
5. Условие равенства главных центральных моментов инерции (когда сечение имеет равную жёсткость при изгибе в разных направлениях)

Пример вопроса.

1. Вопрос: Как изменится решение, если вырезаемый треугольник будет не равнобедренным, а прямоугольным?

Разбор: Изменяются формулы для площади и моментов инерции треугольника.

Для прямоугольного треугольника с катетами  $a$  и  $b$ :

$$A=ab/2, I_y=ab^3/36, I_z=a^3b/36,$$

Условие  $I_y=I_z$  для такого треугольника в отдельности выполняется только при  $a=b$  (равнобедренный прямоугольный треугольник). В составе сложного сечения уравнение  $I_y(a,b)=I_z(a,b)$  будет содержать два параметра, и задача станет неоднозначной без дополнительного условия.

2. Вопрос: Что произойдёт с главными моментами инерции, если увеличить радиус полукруга  $R$  в 2 раза, сохраняя размер  $a$  вырезаемого треугольника?

Разбор: Моменты инерции полукруга пропорциональны  $R^4$ , а моменты инерции треугольников (если их размеры не зависят от  $R$ ) останутся постоянными. При значительном увеличении  $R$  вклад полукруга станет доминирующим. Поскольку для полукруга  $I_y=I_z=\pi R^4/8$  относительно его центра, то и для всего сечения будет стремиться к равенству  $I_y \approx I_z$ . Следовательно, условие равенства моментов инерции будет выполняться при меньшем корректирующем влиянии вырезаемого треугольника.

#### Тема 4. Равновесие систем связанных тел и определение сил натяжения

Описание раздела.

Данная задача относится к разделу «Статика» теоретической механики, а именно к равновесию систем связанных тел. В таких задачах рассматривается система материальных точек или абсолютно твёрдых тел, соединённых связями (верёвками, стержнями, шарнирами). Ключевой метод решения — применение первого закона Ньютона (условия равновесия) к каждому телу системы в отдельности или к системе в целом. Для нерастяжимых и невесомых нитей (идеальных верёвок) важно, что сила натяжения передаётся вдоль верёвки без изменения модуля (если нет трения), но при наличии присоединённых грузов натяжение может изменяться скачком в точках подвеса грузов.

Пример вопроса.

1. Вопрос: Как изменится натяжение в верхней части верёвки, если грузы поменять местами (более тяжёлый 10 Н окажется сверху, а лёгкий 5 Н — снизу)?

Разбор:

Система перестраивается. Теперь для нижнего груза (5 Н):  $T_{BC}=5$  Н.

Для верхнего груза (10 Н):  $T_{AB}-10$  Н  $-T_{BC}=0 \Rightarrow T_{AB}=10$  Н  $+5$  Н  $=15$  Н

Натяжение в верхней части не изменилось (15 Н)! Это неожиданный, но важный результат: при последовательном подвешивании грузов на невесомой верёвке

максимальное натяжение определяется суммой весов всех грузов, независимо от порядка их расположения. Натяжение в средней части, однако, изменится с 10 Н на 5 Н.

2. Вопрос: Какой будет ответ, если верёвка имеет значительный собственный вес, которым нельзя пренебречь?

Разбор:

В этом случае натяжение будет плавно увеличиваться от нуля на свободном нижнем конце до максимального значения в точке подвеса.

На каждом бесконечно малом участке верёвки натяжение увеличивается на вес этого участка. Для решения необходимо знать линейную плотность верёвки  $\gamma$  (Н/м). Тогда натяжение на высоте  $x$  от нижнего конца будет  $T(x) = \gamma \cdot x + P_2$  (если ниже только груз 10 Н), а выше груза 10 Н — ещё больше.

Задача переходит из разряда статики точечных тел в задачу о равновесии деформируемой нити, что значительно её усложняет. Ответ перестаёт быть простой константой и становится функцией координаты.

Тема 5. Расчет фрикционных (болтовых) соединений, нагруженных поперечной силой

Описание раздела.

Данная задача относится к разделу «Детали машин» и «Сопротивление материалов», а именно к расчету болтовых соединений, работающих на сжатие и трение. Ключевые аспекты:

1. Анализ условий работы болта: болт установлен с зазором  $\rightarrow$  он не воспринимает поперечную силу через срез, а только через трение между стянутыми деталями.
2. Расчет силы предварительной затяжки: определяется из условия, что силы трения должны полностью уравновешивать внешнюю нагрузку.
3. Учет коэффициента трения и запаса прочности.
4. Проверка условия несдвигаемости:  $F_{тр} \geq P$ , где  $F_{тр} = f \cdot F_{зат}$  для одной поверхности контакта.

Пример вопроса.

1. Вопрос: Как изменится необходимая сила затяжки, если коэффициент трения увеличить до 0,2, а все остальные условия останутся прежними?

Разбор:

Сила затяжки обратно пропорциональна коэффициенту трения:  $F_{зат} \propto 1/f$

При увеличении  $f$  в 2 раза ( $0,2/0,1=2$ ) необходимая сила затяжки уменьшится в 2 раза:

$$F_{зат} = 20000,2 = 10000 \text{ Н} = 10 \text{ кН}$$

Вывод: Увеличение коэффициента трения (например, за счет специальных покрытий или насечек) позволяет значительно снизить требуемую затяжку, уменьшая нагрузку на болт и соединение.

2. Вопрос: Какая сила затяжки потребуется, если в соединении будет использовано два болта вместо одного при той же нагрузке  $P=2 \text{ кН}$ ?

Разбор:

Предположим, что нагрузка распределяется между болтами поровну.

На каждый болт будет действовать сила:  $P_1 = P/2 = 1000 \text{ Н}$

Необходимая затяжка для одного болта:

$$F_{\text{зат1}} = 10000,1 = 10000 \text{ Н} = 10 \text{ кН}$$

Однако, в реальных конструкциях часто делают дополнительный запас. Также важно, что при нескольких болтах необходимо обеспечить равномерную затяжку всех болтов.

Вывод: Увеличение числа болтов позволяет снизить требуемую затяжку каждого отдельного болта, что может быть важно для уменьшения деформаций в соединении.

Литература для подготовки

Литература для подготовки

1. Тарг С.М. "Краткий курс теоретической механики"
2. Яблонский А.А. "Курс теоретической механики. Статика. Кинематика"
3. Феодосьев В.И. (гл. 4, 6, 7) – теория изгиба, определение перемещений.

Интернет- ресурсы:

1. Техническая библиотека ([techlibrary.ru](http://techlibrary.ru))
2. Online библиотека МГТУ им. Баумана (<http://library.bmstu.ru/>)

Методические рекомендации  
по формированию критериев проверки (оценивания) олимпиадных заданий  
заключительного этапа

Заключительный этап олимпиады «Я – магистр» для поступающих в  
магистратуру в 2026 году

Олимпиада по **15.04.03 Прикладная механика**  
Направление/программа

**Динамика и прочность элементов сельскохозяйственных машин**

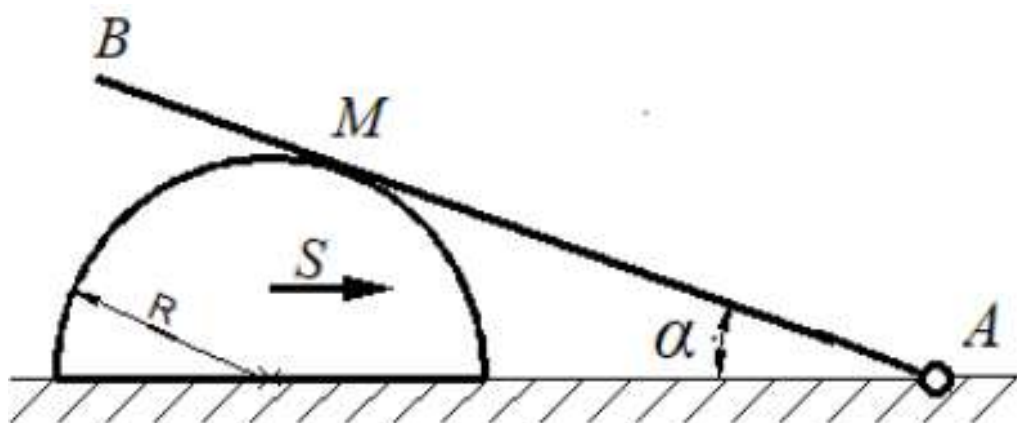
Критерии проверки.

1. Вариант преамбулы к критериям проверки заданий:

Вариант заключительного этапа Олимпиады по 15.04.03 Прикладная механика: «Динамика и прочность элементов сельскохозяйственных машин» включает в себя 5 заданий разного тип. Каждое задание оценивается от 0 до 30 баллов. Наибольшая итоговая сумма баллов, которой могут быть оценены ответы на все вопросы олимпиадного варианта при условии отсутствия в них ошибок, неправильных, неполных или неточных ответов, равна 100. Неверные ответы оцениваются в 0 баллов. Возможен частичный зачёт баллов за неполный ответ на задание. Под неполным понимается ответ, содержащий правильные ответы не на все вопросы задания. В таком случае присуждается только часть баллов за правильные ответы задания, соответствующая доле от максимально возможного балла. Подсчёт итоговой оценки за задание осуществляется путём суммирования баллов, выставленных за каждый из вопросов.

Задача 1.

Тело, имеющее форму полуцилиндра радиуса  $r = 0,5$  м, скользит по горизонтальной плоскости по закону (м):  $S = 3t^2 - 2t$  (t в с). При этом шарнирно закрепленный в точке А стержень АВ поворачивается. Причем в начальный момент времени угол  $\alpha_0 = 30^\circ$ . Определить угловую скорость вращения звена АВ в момент времени, когда угол  $\alpha$  станет равным  $45^\circ$ .



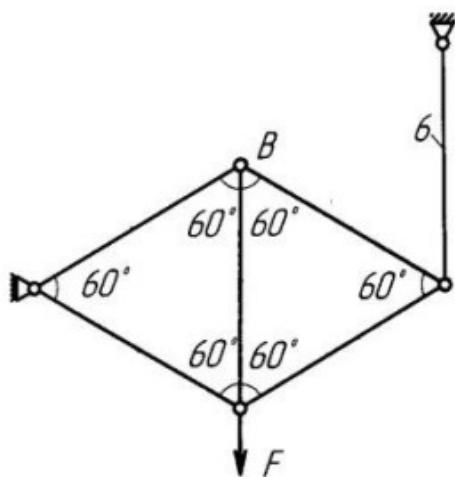
Всего: 30 баллов. Из них:100.

Критерии проверки (оценивания)

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Правильно нарисован рисунок	5
Правильно записано движение точки М	7
Правильно записано время и скорость точки М	8
Правильно записана скорость вращения звена АВ	10
Дан верный ответ по всем пунктам	30

Задача 2.

Вычислить всех нормальных сил в узлах стержневой системы. Все стержни одинаковой длины и жесткости. Дано:  $F$ .



Всего: 30 баллов. Из них:100.

Критерии проверки (оценивания)

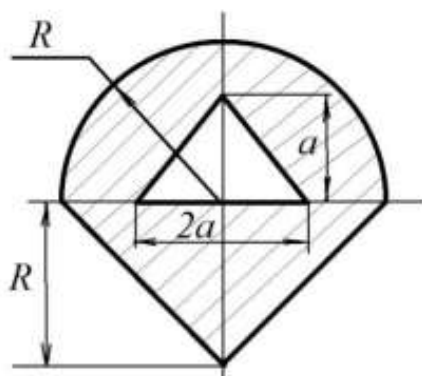
Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Правильно нарисован рисунок	5
Правильно обозначение стержней, найдена реакция R.	7



Правильно записано из уравнения равновесия для сил узла О в проекции на горизонтальную и вертикальную оси.	8
Правильно записано уравнение равновесия для сил в проекции на вертикальную ось для узла С	10
Дан верный ответ по всем пунктам	30

### Задача 3

Фигура состоит из полукруга и треугольника. Из этой фигуры вырезается ещё один треугольник. Найти размер  $a$  вырезанного треугольника, при котором моменты инерции относительно главных центральных осей фигуры равны друг другу. Дано:  $R$ .



Всего: 20 баллов. Из них:100.

Критерии проверки (оценивания)

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Правильно нарисован рисунок	5
Правильно найдены осевые моменты фигуры относительно главной центральной оси $Y$ и оси $X_0$	7
Правильно записано выражение для координаты центра тяжести относительно оси $X_0$ , при котором, относительно главных центральных осей фигуры будут равны. Итоговое состояние фигуры нарисовано.	8
Дан верный ответ по всем пунктам	20

### Задача 4

Два груза, в 10 Н и 5 Н, висят на одной веревке, укреплены на ней в разных местах, причем больший груз висит ниже меньшего. Каково натяжение веревки, если верхний конец ее прикреплен к неподвижной точке?

Всего: 10 баллов. Из них:100.

Критерии проверки (оценивания)

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Правильно нарисован рисунок	5
Правильно составлены уравнения равновесия двух грузов	5

Дан верный ответ по всем пунктам	10
----------------------------------	----

#### Задача 5

Определить необходимую затяжку болта, скрепляющего две стальные полосы, разрываемые силой  $P=2$  кН. Болт поставлен с зазором и не должен работать на срез. Коэффициент трения между листами равен 0,1.

Всего: 10 баллов. Из них:100.

Критерии проверки (оценивания)

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Правильно нарисован рисунок	5
Правильно записано уравнение равновесия полосы и затяжки болта	5
Дан верный ответ по всем пунктам	10