МАТЕМАТИКА
предмет

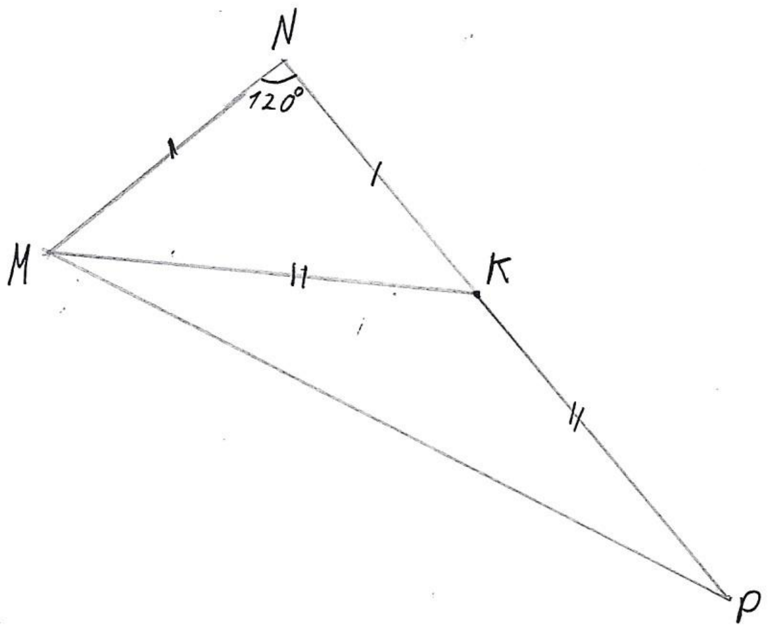
ШИФР 61-8-М-4

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Всего
Баллы	5	20	10	0	15						50

Вариант 2

№ 5

15



Дано: $\angle N=120°$; $MN=NK$
$MK=KP$
Найти: $\angle NMP = ?$ $\angle NPM = ?$

1) ~~$\angle NMK = \angle NKM$~~ ~~по~~

$\triangle MNK$ - равнобедр. по $MN=NK$

$\triangle MKP$ - равнобедр по. $MK=KP$

из свойства равнобедр треуг.

2) $\angle NMK = \angle NKM$

$\angle KMP = \angle KPM$

по свойству равнобедреного треугольника

3) $\angle NMK = \frac{180-\angle N}{2} = \frac{180-120}{2} = 30° = \angle NKM$

из свойства ~~длин отрезков~~ градусных мер углов

МАТЕМАТИКА
предмет

ШИФР 61-8-м-4

3) $\angle MKP = 180^\circ - \angle NKM = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ — из свойства смежных углов

4) $\angle KMP = \angle KPM = \frac{180^\circ - \angle MKP}{2} = \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ$ — из свойства градусных мер уг ~~длин отрезков~~

5) $\angle M = \angle NMK + \angle KMP = 30^\circ + 15^\circ = 45^\circ$ — по свойству градусных мер углов

$\angle P = \angle KPM = 15^\circ$

Ответ: $\angle P = 15^\circ$ $\angle M = 45^\circ$

№1

$$1\underbrace{3\ldots3}_{n-1}2 + (\underbrace{3\ldots3}_{n})^2 =$$

рассмотрим $(\underbrace{3\ldots3}_{n})^2$:

$$\begin{array}{r} \overbrace{3\ldots\ldots3}^{n} \\ \underbrace{3\ldots\ldots3}_{n} \\ \hline \ldots999 \\ \ldots99 \\ \ldots9 \\ \ldots \\ \hline \ldots889 \end{array} \Bigg\} n$$

докажем что до какого-то момента будут идти только 8

если $k \geq 9$ допустим

идут два числа $AB = 9\cdot(k-1)$ $CD = 9\cdot k$

получается что $+\frac{\overline{CD0}}{AB}$ докажем

что $D + A = 8$

заметим $D = 9 - k + 1$ а $A = k - 2$

$9 - k + 1 + k - 2 = 8$ => значит при $k \leq 9$ всегда будет получаться 8

МАТЕМАТИКА
предмет

ШИФР 61-8-М-4

докажем при $k>9$ т.к след разр

$\overline{xA0} = 9k \cdot 10$ $\quad \overline{yB} = 9(k-1)$

представим $k = 10z + V$

также $\quad + \begin{array}{r}\overline{xA0}\\ \overline{yB}\end{array}$

докажем что $\overline{xA0} + \overline{y0} = \ldots 8$

заметим ~~нужно~~ $B = 10 - V$

тогда $9 \cdot (10z + V) + \dfrac{9(10z + V - 1) - 10 + V}{10} = \ldots 8$

$90z + 9V + \dfrac{90z + 9V - 9 - 10 + V}{10} = 90z + 9V + V + \dfrac{90z - 19}{10} =$

$= 90z + 10V + 9z - 1{,}9 = 180z + 10V - 1{,}9 =$

докажем

$A + y = \ldots 8$

$A = \dfrac{9k}{10x} = \dfrac{90z + 9V}{10x} =$

$= 9z + \dfrac{9V}{10x} = 9z + 0{,}9V$

$y = \dfrac{9(k-1) - B}{10}$

$y = \dfrac{90z + 9V - 9 - 10 + V}{10} =$

$= 9z + V - 1{,}9$

$A + y = 9z + 0{,}9V + 9z + V - 1{,}9 =$

$= 18z + 1{,}9V - 1{,}9 = 18z + 1{,}9(V - 1)$

$18z + 1{,}9(V-1)$ – целое

$V = 0$ $\quad$ ~~$18z - 1{,}9$~~

при $k > 9$ получаем что в след десяток мы отплавляем ~~$\overline{zx}$~~ $\overline{zx}$ заметим при переходе от 90 к 100 один раз ~~сумма~~ добав ~~в~~ след десяток не меняется поэтому рассмотрим

81 и 90 – все получается $\quad$ при 90 и 99 в 108 мы уже прибавили 10

дальше 17 и т.д это скомпенсирует потерю при переход

~~так~~ аналогично при переходе от ~~100~~ 90 198 и 207

МАТЕМАТИКА
предмет

ШИФР 61-8-М-4

посмотрим момент когда мы складываем 9-n раз операция,
и 9-(n-1) раз операция (n+1) ~~после 9-n раз~~

если при операции n-1 к сумме 9n прибавляется z а к сумме ~~операции~~ ~~n-1 приб~~ прибав 9(n-1) + (z-1) то к сумме операции n+1 также надо прибавить (z-1) чтобы была 8 но к ней прибавится (z+1) из-за чего получится не 8 а ноль, после при операции (n+2) к ней для восьми надо прибавить (z-2) а прошлая операция z но т.к получ 0 то она прибавит z+1 значит получится 1, аналогично произойдет след. операция, значит полученое число имеет вид $\underbrace{11\ldots1}_{n-1}0\underbrace{8\ldots8}_{n-1}9$

посмотрим на сумму

$$1\underbrace{3\ldots3}_{n}2+\underbrace{11\ldots1}_{n-1}0\underbrace{8\ldots8}_{n-1}9=\underbrace{11\ldots1}_{k}\underbrace{2\ldots2}_{k_2}21$$

на пересечение 108 во втором получится двойки а дальше пойдут только 1 т.к второе число на n-1 разрядов больше значи у нас получится число $\underbrace{1\ldots1}_{n-1}\underbrace{2\ldots2}_{n-1}1$ т.к n первого числа не счит ед.

Ответ: $\underbrace{1\ldots1}_{n-1}\underbrace{2\ldots2}_{n-1}1$

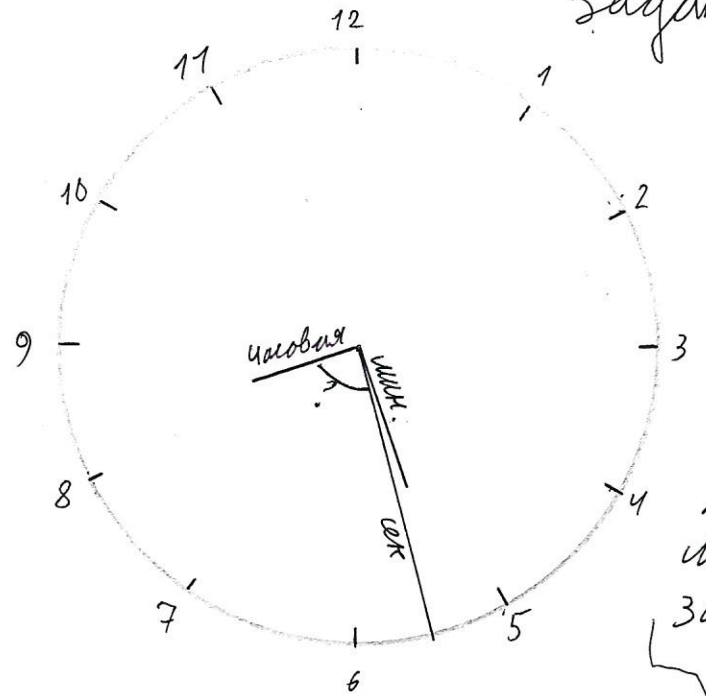
Заключительный этап Олимпиады «Я – бакалавр»
для обучающихся 5-11 классов 2025/2026 уч. год

МАТЕМАТИКА

предмет

ШИФР 61-8-М-4

Задание 3 10



секундная за минуту проворачивается на 360° когда минутная только на $\frac{30^*}{5}=6°$ градусов значит если секундная прошла 60° то минутная 1°

рассмотрим минутную и часовую минутная за час проходит 360° а часовая – 30°*

тогда если минутная прошла 12°, часовая – 1°

30° – одно деление* от 1 до 2 (например)

$\frac{360}{12}=30°$

секундная проворачивается за 1 сек на 6

тогда градус часовой от нуля равен $8\cdot30+\frac{25\cdot6}{12}+\frac{26\cdot6}{60\cdot12}$

градус секундомерной от нуля $26\cdot6=156°$

у часовой $240+\frac{25}{2}+\frac{2}{10}=240+12{,}5+0{,}2=252{,}7°$

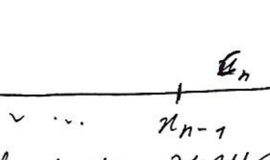
тогда угол между часовой и секундной $252{,}7-156=96{,}7°$

Ответ: 96,7°

20

№ 2

рассмотрим один из этих треугольников найдем его площадь



$z=\sqrt{c_1^2-\frac{c_1^2}{4}}=\sqrt{\frac{3c_1^2}{4}}=\frac{\sqrt3 c_1}{2}$

$z\cdot\frac{c_1}{2}=\frac{\sqrt3 c_1}{2}\cdot\frac{c_1}{2}=\frac{c_1^2\sqrt3}{4}$ – площадь треуг

тогда все площади в сумме дают $\frac{\sqrt3}{4}(c_1^2+c_2^2+\dots c_n^2)$ мин площад

если все отрезки равны то

$\frac{\sqrt3}{4}n(c_1)^2\overset{?}{<}\frac{1}{1000}\ |\cdot4$

$\sqrt3 n(c_1)^2<\frac{4}{1000}\ |:n\sqrt3\quad n\neq0$

$c_1^2<\frac{4}{1000n\sqrt3}$

МАТЕМАТИКА
предмет

ШИФР 61-8-М-4

$c_1 < \sqrt{\frac{4}{1000n\sqrt{3}}}$ пусть $c_1 = \sqrt{\frac{4}{1000n\sqrt{3}}}$

в сумме $= 1 = n\sqrt{\frac{4}{1000n\sqrt{3}}}$ пусть $n = 2$

$\cancel{1} = 2\sqrt{\frac{4}{2000\sqrt{3}}}$

$\left(2\sqrt{\frac{1}{500\sqrt{3}}}\right)^2$

$\frac{4}{500\sqrt{3}} \neq$ $\frac{4}{500\sqrt{3}} \neq 1$ и $\frac{4}{500\sqrt{3}} < 1$ а должны быть равны такого быть не может значит $c_1 > \sqrt{\frac{4}{1000n\sqrt{3}}}$ т.к если $c_1 < \sqrt{\frac{4}{1000n\sqrt{3}}}$ то и новая ~~новое значение~~ сумма < 1

мы рассмотрели случай где отрезки равны в этом случае S треуг сумма минимальная значит в других случаях S сум треуг будет точно не меньше.

Ответ: нет