Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Донской государственный технический университет»

**ЗАДАНИЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА
ОЛИМПИАДЫ «Я – БАКАЛАВР»
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-11 КЛАССОВ
2021/2022 учебный год**

Σ 65

ПО МАТЕМАТИКЕ

1	2	3	4	5
15	20	0	25	5

КЛАСС 9

ШИФР 61-9-М-38

Задание 1.
15
Сколько членов числовой последовательности 32, 28, 24, 20, 16..., начиная с первого, надо сложить, чтобы получить сумму, равную 132?

Задание 2.
20
Дано выражение $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$, где x и y – натуральные числа. Если число x увеличить на 2, а число y уменьшить на 2, то значение этого выражения не изменится. Докажите, что $xy+1$ – квадрат целого числа.

Задание 3.
15
В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ известно, что $\angle ADC = 60°$, $AB = AD = DC$. Найдите $\angle ABD$, если $\angle BCA = 65°$. Ответ дайте в градусах.

Задание 4.
25
Назовем натуральное число интересным, если произведение его цифр больше суммы его цифр. Найдите наименьшее интересное четырехзначное число.

Задание 5.
25
На координатной плоскости изображена парабола – график квадратного трехчлена $y = ax^2 + bx + c$. Известны координаты точек $A(-5;0)$ и $B(20;0)$ – пересечения данной параболы с осью Ox. Точка C – пересечение данной параболы с осью Oy – расположена выше оси Ox. Также известно, что $\angle ACB = 90°$. Найдите коэффициенты a, b, c квадратного трехчлена.

Заключительный этап Олимпиады «Я – бакалавр»
для обучающихся 5-11 классов 2021/2022 уч. год

Математика
предмет

ШИФР 61-9-М-38

№1. 15б

Дано:
$a_1 = 32$
$a_2 = 28$
$a_3 = 24$
$a_4 = 20$
$a_5 = 16$
$S_n = 132$
$n - ?$

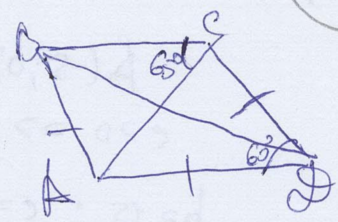
Решение:
$d = 28 - 32 = -4$
$a_2 = a_1 + (n-1)\cdot d$
$a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$
$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}\cdot n$
$S_n = \frac{2a_1 + nd - d}{2}\cdot n$
$132 = \frac{2\cdot 32 - 4n + 4}{2}\cdot n$
$264 = (64 - 4n + 4)\cdot n$
$264 = -4n^2 + 64n + 4n$
$n^2 - 17n + 66 = 0$
$D = 5^2$
$n_1 = \frac{17+5}{2} = 11$
$n_2 = \frac{17-5}{2} = 6$
Ответ: 11 ; 6

№2 20б

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{(x+2)} + \frac{1}{(y-2)}$
$\frac{y+x}{xy} = \frac{y-2+2+x}{(x+2)(y-2)}$
$\frac{y+x}{xy} = \frac{y+x}{(x+2)(y-2)}$
$1 = \frac{xy}{(x+2)(y-2)}$
$1 = \frac{xy}{(xy+2y-2x-4)}$
$xy + 2y - 2x - 4 = xy$
$2y - 2x - 4 = 0$
$2y - 2x = 4$
$2y = 4 + 2x$
$y = \frac{4+2x}{2}$
$y = 2 + x$
$xy + 1 = x(2+x) + 1 = x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$
Подставление 1:
$(1+1)^2 = 4$; $4 = 2^2$

№3. 0б

Дано:
$\angle ADC = 60°$
$AB = AD = DC$
$\angle BCA = 65°$
$\angle ABD - ?$



Решение:
$AB = AD = DC$ и AC общ.;
$\angle BCA = \angle CAD$, как вершин. =>
$\Delta ABC = \Delta ACD$ по 2-м стор. и углу =>
=> $BC = AD$ => $ABCD$ - ромб ?
$\angle ACD = 180° - 125° = 55° = \angle BAC$
$\angle ABC = \angle ADC = 60°$
$\angle ABD = 180° - 90° - 50° = 40°$
Ответ: ~~40°~~

№4 25б

Число не может содержать 0, т.к. 0·число = 0
Число не может содержать 3 единицы, т.к. 1·число = число => сум > произв.

1123 → $1\cdot1\cdot2\cdot3 = 6$
$1+1+2+3 = 7$ сум > произв.

1124 → $1\cdot1\cdot2\cdot4 = 8$
$1+1+2+4 = 8$ сум = произв.

1125 → $1\cdot1\cdot2\cdot5 = 10$
$1+1+2+5 = 9$ сум < произв.

Ответ: 1125

№5

5б

Дано:

$A(-5;0)$

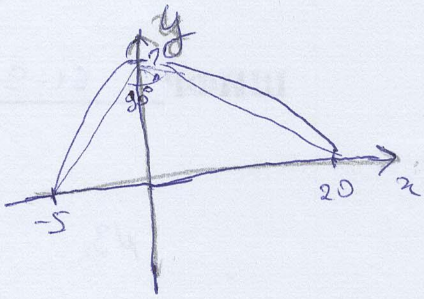
$B(20;0)$

$\angle ABC=90^\circ$

Найти:

$a,b,c-?$

Решение:



$A(-5;0)$ и $B(20;0)$ $\Rightarrow$ $x_1=-5$ и $x_2=20$ при $ax^2+bx+c=0$;

$c>0 \Rightarrow -x^2+15x+100=0 \Rightarrow y=-x^2+15x+100 \Rightarrow a=-1$;

$b=15$; $c=100$.

Ответ: $a=-1$; $b=15$; $c=100$.