

Зрание Выхода

11:44 - 11:46

12:41 - 12:43

Заключительный этап Олимпиады «Я – бакалавр»
для обучающихся 5-11 классов 2024/2025 уч. год

1	2	3	4	5
20	20	20	5	15

$\Sigma 80$

Математика

предмет

ШИФР 6109M15

N 1

20

Рассмотрим каждого по отдельности:

① Пусть соврал Сергей. Тогда самый маленький вышед у кого-то из трех кроме Сергея, но это противоречит из словесам, а врать может только 1. Следовательно сергей сказал правду.

② Если Сергей сказал правду (что уже доказано) то и Максим не врет. Потому как его вышед действительно не самый маленький, т.е. самый маленький у Сергея.

③ Т.е. Сергей сказал правду, то если Петр врет, то у Петра самый маленький вышед. Но тогда соврал и Иван, чего быть не может.

Если Петр, Сергей и Максим не врет (что уже доказано) то врет Иван.

Ответ: Иван.

математика

предмет

ШИФР 6109 M15

n^2

20

Первое же число равно n . Тогда сумма
пяти чисел представляет следующее выражение:

$$(n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 = 5n^2 + 10 = 5(n^2 + 2)$$

Чтобы $5(n^2 + 2)$ было квадратом натурального
числа: $\sqrt{5(n^2 + 2)} \in \mathbb{N}$. Тогда 5 делится на 5.

5 делится на 5. Тогда $n^2 + 2$ делится на 5. А значит
в разложении $n^2 + 2$ на простые множители
делитель 5 присутствует 5^k .

Тогда $n^2 + 2$ делится на 5. (По свойству 5). Тогда n^2

делится на 5, а значит на 3, что не возможно.

Что не возможно т.к. квадрат заканчивается
только на 0; 1; 4; 5; 6; 9. Т.к.

при умножении на себя
получаются только те же цифры.

$1 \cdot 1 = 1$	$4 \cdot 4 = 16$	$7 \cdot 7 = 49$	$0 \cdot 0 = 0$
$2 \cdot 2 = 4$	$5 \cdot 5 = 25$	$8 \cdot 8 = 64$	
$3 \cdot 3 = 9$	$6 \cdot 6 = 36$	$9 \cdot 9 = 81$	

$\Rightarrow \sqrt{5(n^2 + 2)} \notin \mathbb{N} \Rightarrow$ Ответ: нет.

математическое

предмет

ШИФР 6109M15

20

№ 3

Признак делимости на 29 имеет: «Число делится на 29 тогда и только тогда, когда ~~сумма~~ сумма этого числа без последней цифры ~~и~~ и числа суммы цифр делится на 29.»

Пусть изначально было число x , на которое больше этого y , а на третьем поделено 29. Т.к. проводимая с числом в задаче операция полностью соответствует признаку делимости на 29 то:

т.к. $29:29$ то и $y:29$. Т.к. $y:29$, то и $x:29$. Ч.т.ч.

Докажем признак делимости на 29. ~~Пусть~~ Для фак-ва представим число в виде суммы столб-ва сотен, десятков и единиц. Пусть $a \geq 0$, а b и $c: 0 \leq b \leq 9$ и $0 \leq c \leq 9$.

математика

предмет

ШИФР 6109415

Дано:

$$10a + b + 3c : 29$$

Доказать:

$$100a + 10b + c : 29$$

Док-во:

$$\text{Пусть } \frac{10a + b + 3c}{29} = k. \quad | \cdot 10$$

$$\frac{100a + 10b + 30c}{29} \text{ дел.} \Rightarrow 100a + 10b + 30c : 29.$$

$$\Delta = (100a + 10b + 30c) - (10a + 10b + c) = 29c$$

$$\text{П.к. } 29c : 29 \text{ то } \Delta : 29.$$

$$\text{П.к. } 100a + 10b + 30c : 29 \text{ и } \Delta : 29 \text{ то}$$

$$100a + 10b + c : 29.$$

У.п.д.

математика

предмет

ШИФР 6109 М 15

№ 4

Заметим, что произведение чисел в строке или столбце всегда равно одному из двух чисел -1 и (-1) . Тогда если сумма всех произведений равна 0 , то мы имеем 2025 произведений равных 1 и 2025 произведений равных (-1) . Допустим, что это невозможно.

5

Пусть изначально матрица была заполнена единицами и для построения таблицы где сумма произведений 0 (пусть это возможно) кем-то в некоторые клетки внесено -1 , что обозначается числом (-1) . Каждый раз мы можем взять два произведения: строка и столбец, в которых находится клетка. Рассмотрим 3 варианта изменений:

① И строка и столбец стали иметь отрицательные произведения. Тогда сумма произведений изменилась на

математика

предмет

ШИФР 6109 M15

~~первый столбец~~ ~~второй столбец~~ (-4) ~~то есть~~ ~~то есть~~
~~было~~ было $1+1$, стало $-1+(-1)$ ~~то есть~~

② И строка и столбец стали положительными в своем произведении.

Тогда сумма произведений увеличилась на 4 ~~то есть~~ ~~то есть~~ было $-1+(-1)$ стало $1+1$.

③ Любая строка, если столбец стал(а) отрицательным, а оставшийся (из строки и столбца) стал(а) положительным. Тогда элемент который стал отрицательным увеличился суммой на (-2) , а элемент, ставший положительным увеличился суммой на 2 . То есть сумма увеличилась на $2-2=0$. (Не изменилась)

Заметим, что изначально сумма равна 4050 (т.к. во всех клетках 1). А сумма является на 4 или -4 . А т.к. $4050 \div 4$ то сумма никогда не будет равна 0.

Ответ: нет

математика

предмет

ШИФР 6109 М15

25

15

Дано:

$\triangle ABC$

$AB = 3$

$BC = 5$

$AC = 6$

$D \in AB$

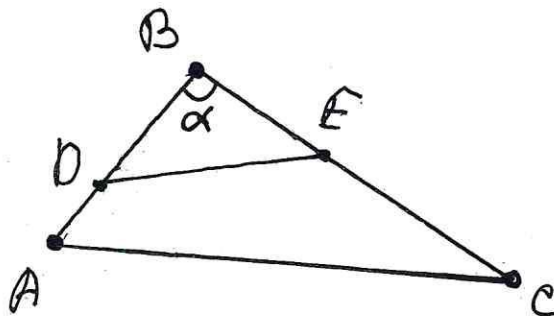
$BD = 2AD$

$E \in BC$

$BE = 2EC$

Найти:

DE - ?



Решение:

т.к. $AB = 3$ и $BD = 2AD$ то $BD = 2$

т.к. $BC = 5$ и $BE = 2EC$ то $BE = 2$

т.к. угол α общий запишем
теорему косинусов для обоих Δ .

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$① 36 = 9 + 25 - 30 \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{15}$$

$$② DE^2 = 4 + 4 - 8 \cdot \cos \alpha \Rightarrow DE = \sqrt{8 + \frac{8}{15}}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{8(1 + \frac{1}{15})}$$