Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Донской государственный технический университет»

ЗАДАНИЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА
ОЛИМПИАДЫ «Я – БАКАЛАВР»
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-11 КЛАССОВ
2021/2022 учебный год

Σ 70б

ПО МАТЕМАТИКЕ

1	2	3	4	5
15	25	5	20	5

КЛАСС 8

ШИФР 61-8-М-72

Задание 1.
Если в произведении двух натуральных чисел один сомножитель увеличить на 2, а другой уменьшить на 2, то произведение чисел не изменится. Докажите, что если к этому произведению прибавить 1, то получится квадрат целого числа.

Задание 2.
Илья, Денис, Кирилл и Игорь посещают разные кружки – борьбу, плавание, теннис и баскетбол. Илья занимается не борьбой, не теннисом и не плаванием. Денис - не плаванием и не борьбой. Кирилл - не борьбой. Чем занимается каждый из мальчиков?

Задание 3.
На основании AC равнобедренного треугольника ABC отмечена точка D так, что $AD = AB$. В треугольнике провели биссектрису AL (точка L лежит на отрезке BC). Найдите длину стороны AC, если AB=1 и $DL = DC$.

Задание 4.
Вычислите $x^3 + \frac{1}{x^3}$, если известно, что $x + \frac{1}{x} = 3$.

Задание 5.
Пусть $a, b, c -$ стороны треугольника. Докажите, что

$$(a^2 - b^2 - c^2)^2 < 4b^2c^2$$

математика
предмет

ШИФР 61-8-М-72

№4. Найти $x^3+\frac{1}{x^3}$, если $x+\frac{1}{x}=3$:

Возведём обе части уравнения ($x+\frac{1}{x}=3$) в куб:

$(x+\frac{1}{x})^3=3^3$

Решаем уравнение

$x^3+x+2x+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x}=27$

$x^3+\frac{1}{x^3}+3(x+\frac{1}{x})=27$

$x^3+\frac{1}{x^3}+3\cdot3=27$

$x^3+\frac{1}{x^3}=27-9$

$x^3+\frac{1}{x^3}=18$.

Ответ: 18

20б

25

№2.

	Борьба	Плаванье	Теннис	Баскетб.
Илья	—	—	—	+
Денис	—	—	+	—
Кирилл	—	+	—	—
Игорь	+	—	—	—

Рассмотрим каждого:

1) Илья. Он не занимается ни теннисом, ни плаваньем, ни борьбой, следовательно его занятие – баскетбол. Другие не могут им заниматься по условию.

2) Денис. Не занимается борьбой и плаванием, следовательно занимается теннисом. Другие не могут им заниматься.

3) Кирилл не занимается борьбой, следовательно он занимается плаванием.

4) Методом исключения, Игорю остаётся борьба.

№1. По условию, ~~xy~~ $x\cdot y=z$ и $(x+2)(y-2)=z$, следовательно $y=x+2$, а $x=y-2$. Подставим выражение ~~в одн~~ (~~$y=x+2$, $x=y-2$~~) в одно из уравнений. Составим и решим уравнение (при том что x, y - натуральные числа, следовательно и z)

$x(x+2)=z$

$x^2+2x=z$

15б

Прибавим к обоим частям уравнения 1

продолжение

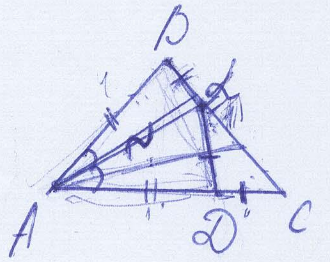
$x^2+2x+1=x+1$.

$x^2+2x+1=(x+1)^2$, ч.т.д.

математика. **ШИФР** 61-8-М-72

предмет

№3



5 б

Дано:
ΔABC – равноб.
$AD \in AC$, AL – бисс-са
$AD = AB$
$LD = DC$
$AB = 1$
Найти:
AC.

1) Рассм. ΔABL и ΔALD:
$AB = AD$ (по усл.), $\angle BAL = \angle LAD$ (т.к. AL – бисс-са) и AL – общая сторона, значит $\Delta ABL = \Delta ALD$ (по 2 сторонам и углу между ними), следовательно $BL = LD = DC$

№5.

$(a^2-b^2-c^2)^2 < 4b^2c^2$

$(a^2-b^2-c^2)(a^2-b^2-c^2) = a^4 - a^2b^2 - a^2c^2 - a^2b^2 + b^4 + b^2c^2 - a^2c^2 + b^2c^2 + c^4 = (a^4+b^4+c^4) - 2(a^2b^2 + a^2c^2 - b^2c^2)$, т.к. есть разность, то $(a^2-b^2-c^2) < 4b^2c^2$?

Также это связано с тем, что $(b+c) > a$

$(3^2-4^2-5^2)^2 < 4 \cdot 4^2 \cdot 5^2$

$(9-16-25)^2 < 4 \cdot 25 \cdot 16$?

$(-32)^2 < 1600$

$1024 < 1600$, ч.т.д.

5 б