

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Донской государственный технический университет»

ОЛИМПИАДА «Я – БАКАЛАВР»
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5–11 КЛАССОВ

2025/2026 учебный год

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП

МАТЕМАТИКА

КЛАСС 6

Вариант 1

Задание 1 (15 баллов)

Найдите остаток от деления числа $2024^{2026} + 2025^{2026} + 2026^{2026}$ на 10.

Решение

Последняя цифра числа 2024^{2026} совпадает с последней цифрой числа 4^{2026} . Так как $4^{2k} = 16^k$ всегда оканчивается на 6, то последняя цифра числа 2024^{2026} – шесть.

Последняя цифра числа 2025^{2026} очевидно, 5.

Последняя цифра числа 2026^{2026} очевидно, 6.

Поэтому последняя цифра суммы равна $6+5+6-10=7$.

Остаток от деления исходного числа на 10 равен 7.

Ответ: 7.

Задание 2 (25 баллов)

На листе бумаги выписаны подряд натуральные числа, начиная со 100: 100101102103... Какие цифры стоят на местах с номерами 2025 и 2026?

Решение

Каждое трехзначное число состоит из трех цифр. Так как $2025:3 = 675$, то 675 трехзначных чисел образуют последовательность из 2025 цифр.

Если n – порядковый номер трехзначного числа, то само число равно $99 + n$.

Например, если $n = 1$, то $99+1=100$ – первое трехзначное число.

Если $n=2$, то 675-е число равно $99 + 675 = 774$, поэтому 2025 - я цифра – 4, а следующая – 7 : 100 101 ... 774 775...

Ответ: 4 и 7.

Задание 3 (20 баллов)

Каких целых чисел больше:

от 1 до 400, которые делятся без остатка или на 3 или на 7 (возможно, одновременно) или от 1 до 501, которые делятся без остатка или на 5 или на 6 (возможно, одновременно).

Решение:

Найдем количество чисел от 1 до 400, которые делятся на 3: $3, 6, 9, 12, \dots, 399$.

Если каждое из этих чисел поделить на 3, то получится порядковый номер этого числа. Например, $3:3 = 1$, то есть 3 является первым числом, $12:3 = 4$, т.е. 12 – четвертое число и т.д. Следовательно, число 399 является 133-м по счету, и таких чисел **133**.

Найдем количество чисел от 1 до 400, которые делятся на 7: $7, 14, 21, \dots, 399$; их $399:7 = 57$.

Количество чисел от 1 до 400, которые делятся на 3 и на 7 одновременно:

$399:21=19$. Так как эти числа попадают и в список кратных 3 и в список кратных 7, всего различных чисел первого типа

Всего целых чисел первого типа $133 + 57 - 19 = 171$

Количество чисел от 1 до 501, которые делятся на 5: $500:5=100$.

Количество чисел от 1 до 501, которые делятся на 6: $498:6=83$.

Найдем количество чисел от 1 до 501, которые делятся на 5 и на 6 одновременно: 30, 60, 90... 480; их 16. Всего целых чисел второго типа

$100 + 83 - 16 = 167$.

Ответ: чисел первого типа больше.

Задание 4 (30 баллов)

Есть три шара: большой, средний и маленький. Один из них белый, второй – черный, третий – зеленый. Средний шар выполнен из дерева. Большой шар – не зеленый. Средний шар – тяжелый, а зеленый шар – легкий. Белый шар – стеклянный. Каков цвет шаров?

Решение:

Так как большой шар не зеленый и зеленый шар легкий, следовательно, маленький шар – зеленый. Так как белый шар из стекла, то средний шар не белый, поэтому черный, а большой шар – белый.

	Белый стеклянный	Черный	Зеленый легкий
Большой	+	-	-
Средний тяжелый, дерево	-	+	-
Маленький	-	-	+

Ответ: большой – белый, средний – черный, маленький – зеленый.

Задание 5 (10 баллов)

В местном пруду водятся щуки, окуни, караси, плотва. По словам сына он и отец наловили щук и карасей. Отец же утверждал, что домой они принесли щук и окуней. Известно, что рыбаки наловили рыбу двух видов, но каждый из них один раз ошибся. Какую рыбу сын и отец принесли коту Ваське?

Решение:

Оба сказали, что наловили щук. Если это правда, то карасей и окуней они не поймали. То есть в их улове щуки и плотва. Если щук в их улове не было, тогда отец и сын наловили карасей и окуней.

Ответ: щуки и плотва или караси и окуни.