

ЗАДАНИЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА
ОЛИМПИАДЫ «Я – БАКАЛАВР»
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-11 КЛАССОВ
2023/2024 учебный год

ПО МАТЕМАТИКЕ

КЛАСС 11

ШИФР _____

Задание 1 (15)

Решите уравнение:
$$\left| \sin \frac{x}{2} \right|^{\sqrt{10\pi + (2\pi - 5)x - x^2}} = 1$$

Задание 2 (15)

В треугольнике со сторонами 3, 4 и 6 проведена медиана к большей стороне. Найдите косинус угла, образованного медианой и меньшей стороной треугольника.

Задание 3 (20)

Решите уравнения в натуральных числах, при условии, что x не кратно 5

- 1) $x^{2023} + x^{2024} + x^{2025} = 5p$; $x \in \mathbb{N}$; $p \in \mathbb{N}$; $x \neq 5n$, $n \in \mathbb{N}$.
- 2) $x^{2023} + x^{2024} + x^{2025} + x^{2026} = 5p$; $x \in \mathbb{N}$; $p \in \mathbb{N}$; $x \neq 5n$, $n \in \mathbb{N}$.

Задание 4 (25)

Спортсмен занимается двумя видами спорта, поэтому он три дня ходит в тренажерный зал, затем два дня в бассейн. После бассейна снова три дня в тренажерный зал, а затем два дня в бассейн и т.д., не пропуская ни одного дня. 18 февраля 2024 года у него запланировано посещение бассейна (первое из двух). Спустя некоторое время спортсмен попал первый раз (из трех) в тренажерный зал в среду; потом эта комбинация повторилась снова, а в третий раз это произошло в день рождения спортсмена. В какой день и в каком году он родился, если сумма номера месяца и дня рождения в этом году как раз и есть его возраст?

Задание 5 (25)

На столе лежат 2024 карточки, на которых написаны натуральные числа от 1 до 2024 включительно (числа не совпадают). Сначала со стола убрали все карточки с простыми числами и единицей. Потом убрали числа, которые

кратны простым числам больше 100. Наконец удалили все составные числа, кратные простым числам, меньше 10. Оставшиеся числа перемешали и произвольно разделили на две группы; элементы каждой из групп перемножили. Могут ли эти произведения оказаться равными? Если да, то приведите пример, если это невозможно – обоснуйте.